

Министерство образования Ярославской области
Государственное образовательное учреждение
дополнительного образования Ярославской области
«Региональный образовательный центр «Новая школа»

Принята на заседании
Педагогического совета
ГОУ ДО ЯО РОЦ «Новая школа»
от «16» июня 2026 года
Протокол № 02

Утверждаю
Директор
ГОУ ДО ЯО РОЦ «Новая школа»
И.С. Леонова

Леонова Ирина
Станиславовна

Подписано цифровой
подписью: Леонова Ирина
Станиславовна
Дата: 2026.06.17 15:04:53
+03'00'

Дополнительная общеразвивающая программа
естественно-научной направленности

«Методы решения олимпиадных задач по математике»

Возраст обучающихся: 11 – 16 лет

Срок реализации программы: 5 лет

Автор программы:

Богомолов Юрий Викторович,
доцент кафедры дискретного анализа
ФГБОУ ВО ЯрГУ им. П.Г. Демидова,
кандидат физико-математических наук

Ярославль, 2026 г.

Раздел №1 Комплекс основных характеристик программы

1. Пояснительная записка дополнительной общеразвивающей программы «Методы решения олимпиадных задач по математике»

1.1. Актуальность программы

Математическое образование с древнейших времен являлось неотъемлемой частью общего образования человека, личности, члена общества. Стремительная математизация и информатизация многих областей знания, сфер человеческой деятельности, возросшая роль математических знаний, логического стиля мышления, математической культуры требует уделить особое внимание математическому образованию обучающихся уже с младших классов. Развитие математических способностей одаренных школьников, их специфических логических и алгоритмических навыков, умственной (в том числе, математической) культуры будет наиболее эффективным при соответствующей поддержке, которую обучающийся получает в системе дополнительного образования.

Работа с обучающимися 11-16 лет является ключевым звеном в системе дополнительного математического образования, позволяя выявлять и планомерно работать с начинающими математиками, поддерживать их интерес к математике, готовить к дальнейшей научно-исследовательской деятельности, прививая навыки исследовательской работы и научной дискуссии. При этом особое внимание следует обратить на своевременное развитие упомянутых навыков, что эффективно реализуется при работе с обучающимися средних и старших классов общеобразовательных школ.

1.2. Основные идеи, подходы и принципы

Олимпиадные задачи по математике являются своеобразным «соусом», под которым детей можно знакомить с новыми, неизвестными им разделами математики (в особенности тех, которые не затрагиваются в программе школы), а также продемонстрировать новые идеи и методы решения математических задач. Знакомство с нестандартными математическими задачами и идеями мотивируют личность учащегося к познанию и творчеству, создают положительный образ математики и математического творчества, а занятия в рамках системы дополнительного образования создают благоприятные условия для развития личности ребенка, его самореализации, культурного самоопределения и интеграции в систему мировой культуры. Отметим, что успехи на математических олимпиадах различного уровня не являются самоцелью, а органически вытекают из результатов планомерной математической деятельности, являются естественным следствием повышения общего интеллектуального и математического уровня.

Дополнительная общеразвивающая программа «Методы решения олимпиадных задач по математике» ориентирована на подготовку обучающихся к реальной практической деятельности, научно-исследовательской работе, на создание своеобразной коммуникативной среды, способствующей саморазвитию и реализации творческого потенциала.

Педагогическая целесообразность и практическая значимость программы обусловлены следующими ее характеристиками:

1. Программа не имеет жестких требований к необходимому начальному уровню знаний и практических умений обучающихся, ориентирована на широкий охват потенциальной целевой аудитории.
2. Программа естественным образом дополняет школьный курс обучения, ориентируясь в большей степени не на алгоритмичность работы с математическими структурами и выполнения математических операций, а на изучение общих методов, идей и принципов решения математических задач.
3. Программа включает новые области знаний, расширяющие кругозор и дающие представления о системе естественнонаучных знаний и об основных принципах научности.
4. Программа ориентирована на подготовку обучающихся к реальной практической деятельности, научно-исследовательской работе, на создание своеобразной коммуникативной среды, стимулирующей инициативу и самостоятельность обучающихся в умственном и личностном развитии, способствующей развитию и реализации творческих способностей.

1.3. Целевая аудитория

Дополнительная общеразвивающая программа «Методы решения олимпиадных задач по математике» рассчитана на обучающихся 11-16 лет общеобразовательных учреждений г. Ярославля и Ярославской области. Реализация программы предполагает наличие хорошего уровня начальной математической подготовки в объеме программы общеобразовательной школы для соответствующего возраста обучающихся, а также умения логически рассуждать.

1.4. Сроки реализации программы

Дополнительная общеразвивающая программа «Методы решения олимпиадных задач по математике» реализуется в течении 5 лет:

- количество часов первого года обучения – 72
- количество часов второго года обучения - 72
- количество часов третьего года обучения – 72
- количество часов четвертого года обучения – 72
- количество часов пятого года обучения - 72

Год обучения	Количество часов	Из них	
		Лекционные	Практические
Первый	72	24	48
Второй	72	30	42
Третий	72	30	42
Четвертый	72	30	42
Пятый	72	15	57
Всего:	360	129	231

Продолжительность обучения может изменяться в зависимости от возраста и индивидуальных особенностей обучающихся, у которых есть

возможность выбирать скорость обучения и индивидуальную траекторию развития.

Рекомендуемая минимальная нагрузка для успешного освоения содержания программы – 2 часа в неделю. Для обучающихся 16-17 лет возможно проведение дополнительных курсов, реализованных в виде дополнительных занятий или математических соревнований.

Форма обучения: очная

1.5. Режим занятий, периодичность и продолжительность занятий

Учебная нагрузка определяется с учетом возраста детей, года обучения. В соответствии с гигиеническими нормами и требованиями устанавливается продолжительность занятий (в академических часах), их периодичность и общее количество часов в неделю и за год.

Занятия проводятся 1 раз в неделю по 2 академических часа (по 45 минут) с обязательным 10-минутным перерывом.

1.6. Особенности организации образовательного процесса

Зачисление в учебную группу проводится круглогодично, в зависимости от наличия вакантных бюджетных мест, осуществляется при желании ребенка по заявлению родителей (законных представителей). Занятия проводятся преимущественно в разновозрастных группах.

Структура и содержание программы допускают также дальнейшее вовлечение в процесс обучения по данной программе тех обучающихся, которые по различным причинам не прошли программу первого года или даже первых двух лет обучения (безусловно, процесс такого включения в работу соответствующего математического объединения будет успешным при должной мотивации обучающегося, а также при хорошем уровне освоения школьной программы 1–6 или 7-8 классов средней школы).

В процессе изучения программного материала предполагаются следующие формы организации обучения:

- индивидуальная, групповая, коллективная;
- взаимное обучение, самообучение, саморазвитие.

Программой предусмотрено проведение теоретических и практических занятий (в большинстве случаев без явного разделения занятия между этими двумя формами), выполнение контрольных работ, проведение математических соревнований. Теоретические занятия состоят из лекций, самостоятельной работы с теоретическим материалом, практические – из выполнения различных заданий, преимущественно направленных на решение математических задач, проведения обсуждений, консультаций. Также практическая составляющая обогащена участием детей в разнообразных личных и командных математических соревнованиях, имитирующих научно-исследовательскую деятельность и прививающих умения и навыки, свойственные будущей научной работе.

Структура и содержание отдельного занятия выстраивается вокруг решения разного типа математических задач, которые наиболее часто

встречаются на предметных олимпиадах и математических соревнованиях различного уровня. При этом новый теоретический материал, математические понятия, утверждения, основы новых (для обучающихся) отраслей математики не декларируются педагогом, а вводятся совершенно естественным путём на основе прикладного проблемно-ориентированного подхода, ложатся на подготовленную почву и эффективно усваиваются обучающимися.

В основу реализации данной программы положены следующие основные принципы:

- изучение новых областей математики, овладение научными умениями и навыками производится в предположении строгой логической обоснованности переходов от одного раздела математики к другому, что составляет принцип систематичности и последовательности;
- в ходе занятий обучающимся сообщаются знания, основанные на проверенных и обоснованных положениях, фактах, теориях, что является основной составляющей принципа научности;
- принцип сознательности и активности, предполагающий понимание учащимися смысла усваиваемой информации, понимание цели и значимости учебной деятельности.

2. Цель и задачи программы

Цель: Развитие познавательного интереса, совершенствование интеллектуальных способностей, в процессе углубленного изучения математики.

Задачи программы:

- поддерживать наиболее способных обучающихся средних и старших классов общеобразовательных школ г. Ярославля и Ярославской области, имеющих выраженные математические способности,
- обеспечивать возможность для обучающихся приобретать углубленные знания по математике,
- развивать у обучающихся способность глубоко, систематически и самостоятельно разбираться в сложных математических проблемах;
- формировать нестандартное, основанное на глубоких научных понятиях мышление,
- оказывать методическую помощь учителям в преподавании сложных тем школьной программы и факультативных курсов.

3. Содержание программы

3.1. Учебно-тематический план первого года обучения

№ п/п	Название темы	Всего	Теория	Практика	Формы контроля
1.	Общие принципы решения математических задач. Ситуации, их анализ. Логический вывод. Предположения, метод от противного. Перебор возможностей. Примеры и контрпримеры.	8	4	4	Фронтальный опрос, контрольная работа
2.	Четность. Чередование. Четные и нечетные числа. Свойства четных и нечетных чисел. Разбиение на пары, соответствия.	6	2	4	Контрольная работа
3.	Делимость. Делимость и делители, кратность. Простые и составные числа. Общие делители. Взаимно простые числа. Разложение на простые множители. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10.	12	4	8	Контрольная работа, командное математическое соревнование

№ п/п	Название темы	Всего	Теория	Практика	Формы контроля
4.	Остатки. Понятие неполного частного и остатка. Деление чисел с остатком, формальная запись деления с остатком. Арифметические операции с остатками: сложение и умножение остатков. Таблицы сложения и таблицы умножения остатков.	12	4	8	Контрольная работа, фронтальный опрос
5.	Принцип Дирихле. Принцип Дирихле: общее представление. Обобщенный вариант принципа Дирихле. Принцип Дирихле в арифметических задачах.	12	4	8	Контрольная работа, фронтальный опрос
6.	Основы теории игр. Понятие игры. Стратегии, выигрышная стратегия. Понятие правильной игры. Игры с предопределенным результатом. Введение в симметричные стратегии.	6	2	4	Контрольная работа, фронтальный опрос
7.	Математические соревнования. Ознакомление с правилами математического аукциона, математического хоккея, карусели, регаты. Решение и анализ задач математических соревнований, олимпиад, турниров. Проведение соревнований.	16	4	12	Личные и командные математические соревнования
	Итого:	72	24	48	

3.2. Учебно-тематический план второго года обучения

№ п/п	Название темы	Всего	Лекции	Практика	Формы контроля
1.	Общие принципы решения математических задач. Логический вывод, предположения, метод от противного. Полный перебор возможностей. Примеры и контрпримеры. Введение в оптимизационные задачи, построение точных оценок; задачи типа «оценка+пример». Задачи с неопределенным ответом (задачи «можно ли...»), необходимость и достаточность примеров и контрпримеров.	8	4	4	Фронтальный опрос, контрольная работа

№ п/п	Название темы	Всего	Лекции	Прак- тика	Формы контроля
2.	Делимость. Делимость и кратность целых чисел, основные свойства. Делители, общие делители, взаимно простые числа. Разложение на простые множители и основная теорема арифметики. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Количество делителей натурального числа. Признаки делимости на степени 2 и 5, на 3, 9, 11, признаки делимости на произведение чисел.	14	6	8	Контрольная работа, командное математическое соревнование
3.	Простые и составные числа. Общие свойства простых чисел. Свойства делимости на простое число. Теорема Евклида. Решето Эратосфена. Простые числа-близнецы.	6	2	4	Контрольная работа
4.	Основы комбинаторики. Понятие варианта, комбинации. Основные способы перебора. Дерево возможных вариантов. Правила сложения и умножения вариантов. Простейшие комбинаторные формулы. Перестановки без повторений.	10	4	6	Контрольная работа, командное математическое соревнование
5.	Принцип Дирихле. Принцип Дирихле: общее представление. Обобщенный вариант принципа Дирихле. Принцип Дирихле в арифметических задачах.	12	4	8	Контрольная работа, фронтальный опрос
6.	Теория игр. Позиционные игры, стратегии, выигрышные стратегии. Симметричные и парные стратегии. Передача хода. Выигрышные позиции, их свойства. Анализ с конца.	8	4	4	Контрольная работа, фронтальный опрос
7.	Основные понятия теории графов. Граф как модель системы. Базовые определения теории графов. Пути и циклы. Связность графов.	4	2	2	Фронтальный опрос
8.	Геометрия. Основные геометрические понятия. Разрезания. Неравенство треугольника.	4	2	2	Контрольная работа

№ п/п	Название темы	Всего	Лекции	Прак- тика	Формы контроля
9.	Математические соревнования. Ознакомление с правилами математических боев, аукционов, карусели, регаты, абаки. Решение и анализ задач математических соревнований, олимпиад, турниров. Проведение соревнований.	6	2	4	Личные и командные математические соревнования
	Итого:	72	30	42	

3.3. Учебно-тематический план третьего года обучения

№ п/п	Название темы	Всего	Лекции	Прак- тика	Формы контроля
1.	Теория чисел, делимость, системы счисления. Позиционные и непозиционные системы счисления. Десятичная система счисления и признаки делимости. Сравнения по модулю. Малая теорема Ферма.	8	4	4	Фронтальный опрос, контрольная работа
2.	Инвариант. Понятие инварианта. Инварианты, связанные с делимостью и остатками. Инварианты, связанные с раскраской.	10	4	6	Контрольная работа, командное математическое соревнование
3.	Комбинаторика. Подмножества элементов. Сочетания, размещения, перестановки с повторениями и без повторений. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.	10	4	6	Контрольная работа, фронтальный опрос, командное математическое соревнование
4.	Теория графов. Основные понятия и теоремы теории графов. Виды графов. Изоморфизм графов. Деревья, их свойства. Планарные и плоские графы. Теорема Эйлера. Ориентированные графы.	14	6	8	Контрольная работа, фронтальный опрос

№ п/п	Название темы	Всего	Лекции	Практика	Формы контроля
5.	Принцип математической индукции. Полная индукция. Аксиома индукции. Примеры индуктивных рассуждений. Математическая индукция в задачах на делимость. Математическая индукция в доказательстве формул.	14	6	8	Контрольная работа, фронтальный опрос
6.	Геометрия. Геометрические неравенства. Движения. Углы и площади. Построения. Вычисления в геометрии.	10	4	6	Контрольная работа
7.	Математические соревнования. Ознакомление с правилами математических боев, аукционов, карусели, регаты. Решение и анализ задач математических соревнований, олимпиад, турниров. Проведение соревнований.	6	2	4	Личные и командные математические соревнования
	Итого:	72	30	42	

3.4. Учебно-тематический план четвертого года обучения

№ п/п	Название темы	Всего	Лекции	Практика	Формы контроля
1.	Теория чисел. Свойства делимости, остатков, сравнений по модулю, простых и составных чисел. Диофантовы уравнения, уравнения в простых числах. Функция Эйлера, обобщенная малая теорема Ферма (теорема Эйлера). Теорема Вильсона. Квадратичные вычеты.	10	4	6	Фронтальный опрос, контрольная работа
2.	Инвариант. Инварианты и полуинварианты. Инварианты и полуинварианты, связанные с четностью, делимостью и остатками. Инварианты и полуинварианты, связанные с раскраской. Инварианты в теории графов. Инварианты в геометрии и комбинаторной геометрии. Сложные инварианты и полуинварианты.	10	4	6	Контрольная работа, командное математическое соревнование

№ п/п	Название темы	Всего	Лекции	Прак- тика	Формы контроля
3.	Неравенства. Числовые неравенства. Алгебраические неравенства и их свойства. Средние величины, неравенства о средних, классические неравенства. Метод Штурма в доказательстве неравенств.	14	6	8	Контрольная работа
4.	Оптимизация. Оценки и примеры. Точные оценки. Принцип крайнего. Полуинвариант.	8	4	4	Контрольная работа, фронтальный опрос
5.	Дискретная непрерывность. Дискретные процессы. Идея дискретной непрерывности.	6	4	2	Контрольная работа, фронтальный опрос
6.	Геометрия. Углы и площади. Равенство и подобие треугольников. Движения и гомотетия. Многоугольники. Окружности, вписанные углы, вписанные и описанные многоугольники.	8	2	6	Контрольная работа, личное математическое соревнование
7.	Квадратный трехчлен. Квадратный трехчлен и его коэффициенты. Выделение полного квадрата. Корни квадратного трехчлена. Разложение на множители. Теорема Виета. Расположение корней квадратного трехчлена.	10	4	6	Контрольная работа
8.	Математические соревнования. Ознакомление с правилами математических боев, аукционов, карусели, регаты. Решение и анализ задач математических соревнований, олимпиад, турниров. Проведение соревнований.	6	2	4	Личные и командные математические соревнования
	Итого:	72	30	42	

3.5. Учебно-тематический план пятого года обучения

№ п/п	Название темы	Всего	Лекции	Прак-тика	Формы контроля
1.	Вводное занятие. Инструктаж по технике безопасности. Входной контроль (выполнение тестовых заданий)	1	0,5	0,5	Фронтальный и индивидуальный опрос
2.	Общие принципы решения математических задач.	6	1	5	Фронтальный опрос, контрольная работа
3.	Теория чисел. Делимость, остатки. Основная теорема арифметики. Разложение на простые множители, НОД, НОК. Решение практических задач.	10	2	8	Фронтальный опрос, контрольная работа
4.	Комбинаторика. Комбинаторные доказательства. Треугольник Паскаля. Комбинаторика число сочетаний. Решение практических задач.	6	2	4	Фронтальный опрос.
5.	Теория графов. Понятия. Теория графов. Теорема о количестве вершин в графе. Деревья. Паросочетания.	6	2	4	Контрольная работа
6.	Алгебраические неравенства.	6	1	5	Контрольная работа
7.	Многочлены.	6	1,5	4,5	Фронтальный опрос.
8.	Избранные разделы алгебры.	4	1	3	Фронтальный опрос.
9.	Основы математического анализа Дискретные процессы. Дискретная непрерывность. Последовательности: основные понятия. Предел последовательности. Свойства предела. Верхние и нижние грани множеств. Отделимость множеств.	4	1	3	Фронтальный опрос
10.	Геометрия. Избранные главы геометрии. Углы и площади. Окружности, углы, подобие. Решение практических задач.	8	1,5	6,5	Личное математическое соревнование
11.	Математическая индукция	4	1	3	Фронтальный опрос

№ п/п	Название темы	Всего	Лекции	Прак- тика	Формы контроля
12.	Математические соревнования. Математический аукцион Математическая абака. Математическая карусель Математическая драка.	9	-	9	Личные и командные математическ ие соревнования
13.	Итоговое занятие	2	0,5	1,5	
	Итого:	72	15	57	

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Первый год обучения

Раздел 1. Общие принципы решения математических задач

Теория:

- Ситуации, их анализ.
- Логический вывод.
- Предположения, метод от противного.
- Перебор возможностей.
- Примеры и контрпримеры.

Обучающиеся знакомятся с основными (общими) принципами решения математических задач, осознают необходимость обоснования математических утверждений, приобретают опыт образного и предметно-манипулятивного конструирования. В ходе лекционных занятий Обучающиеся осваивают основные логические схемы рассуждения, закрепляя их при решении практических задач с устным изложением решений.

Практика:

В ходе практических занятий учащимся предлагаются задачи на полный перебор случаев, возможностей, комбинаций, на конструирование примеров и контрпримеров, на логический вывод и логическое обоснование выдвигаемых гипотез. Общие принципы решения задач иллюстрируются при решении логических практических задач на работу с истинными и ложными высказываниями, утверждениями.

Раздел 2. Четность

Теория:

- Чередование.
- Четные и нечетные числа.
- Свойства четных и нечетных чисел.
- Разбиение на пары, соответствия.

Изучаются простейшие свойства делимости (на примере делимости на 2), понятие четности рассматривается на наглядных примерах (как способность к разбиению на пары, возможность чередования элементов). Обсуждаются свойства четных и нечетных чисел (сумма двух чисел одинаковой четности четна, сумма двух чисел разной четности нечетна, произведение четно тогда и только тогда, когда четным является один из множителей; переход к более сложным свойствам – четность или нечетность суммы нечетного количества нечетных слагаемых, обобщенные понятия – числа одинаковой и разной четности).

Практика:

Решение задач на соответствия, на разбиения на пары, на чередования. Разбираются простейшие задачи на раскраску, на разбиение чисел. В ходе решения и обсуждения задач закрепляется понимание разницы между частными и общими случаями, примером и доказательством.

Раздел 3. Делимость

Теория:

- Делимость и делители, кратность.
- Простые и составные числа.
- Общие делители.
- Взаимно простые числа.
- Разложение на простые множители.
- Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.
- Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10.

В ходе занятий по данной теме обучающиеся исследуют основные свойства делимости (арифметические свойства делимости на одно число – сумма и разность чисел одинаковой одномодульной делимости, произведение, в котором один из множителей делится на данное число), закрепляется навык поиска делителей натурального числа, исследуются основные свойства простых и составных чисел, делимости на простое число.

Практика:

При решении задач развиваются навыки поиска общих делителей чисел, приобретаются умения использования разложения на простые множители для анализа делимости чисел (поиска делителей, нахождения общих делителей, общих кратных, НОД и НОК). обучающиеся повторяют простейшие признаки делимости, закрепляют навык их использования для эффективного поиска делителей числа и разложения натурального числа на простые множители.

В качестве контрольного мероприятия может использоваться командное математическое соревнование (математический хоккей или регату; см. Приложение 1) с дифференцированием задач по уровню сложности.

Раздел 4. Остатки

Теория:

- Понятие неполного частного и остатка.
- Деление чисел с остатком, формальная запись деления с остатком.
- Арифметические операции с остатками: сложение и умножение остатков.
- Таблицы сложения и таблицы умножения остатков.

Обучающиеся закрепляют навыки деления чисел с остатками, выявляют зависимость между остатками и делимостью чисел, рассматривают задачи на представление целого числа через неполное частное и остаток. В ходе занятия иллюстрируются основные свойства остатков (остатки сумм, разностей, произведений). На примерах разбирается алгоритм построения таблиц сложения и умножения остатков, обучающиеся самостоятельно выполняют аналогичные построения для других модулей.

Практика:

Задачи в основном направлены на нахождение остатков от деления чисел с использованием арифметических свойств остатков, а также на доказательство делимости чисел с помощью подсчета остатков от деления слагаемых и множителей.

Раздел 5. Принцип Дирихле

Теория:

- Принцип Дирихле: общее представление.
- Обобщенный вариант принципа Дирихле.
- Принцип Дирихле в арифметических задачах.

Обучающиеся получают представление о простом и обобщенном принципе Дирихле, отрабатывают умение преобразовывать интуитивные предпосылки в форму строгого математического доказательства. Дополнительно повторяются общие методы и схемы доказательств: доказательство от противного, оценка и пример; обсуждаются возможности неконструктивных доказательств существования объектов (на примере решения задач на доказательство существования чисел с определенными свойствами), развивается умение различать условие задачи (посылку) и заключение (вывод), формируется понимание отличия интуитивных выводов и суждений от строгих доказательств.

Практика:

В ходе изучения данной темы повторяются свойства делимости и остатков, которые органично используются как этапы доказательств и решений задач.

Раздел 6. Основы теории игр

Теория:

- Понятие игры.
- Стратегии, выигрышная стратегия.
- Понятие правильной игры.
- Игры с предопределенным результатом.
- Введение в симметричные стратегии.

В ходе изучения данной темы неявно вводится понятие конечной игры с полной информацией. Рассматриваются простейшие примеры игр, вводится понятие стратегии. Для игр с предопределенным исходом особое внимание уделяется обоснованию предопределенности, для игр с неопределенной (априори) стратегией рассматриваются этапы обоснования стратегии (возможность делать ходы при игре по данной стратегии и доказательство выигрышности).

Вводится понятие симметричной стратегии (на простейших примерах), при этом различные виды симметрии рассматриваются как в прямом смысле (в игровых задачах на клетчатом поле), так и в переносном (в виде дополнения объектов до определенного количества).

Раздел 7. Математические соревнования

Теория:

- Ознакомление с правилами математического аукциона, математического хоккея, карусели, регаты.
- Решение и анализ задач математических соревнований, олимпиад, турниров.
- Проведение соревнований.

Допускается разбор материала темы в течение года. Обучающиеся последовательно знакомятся с правилами личных и командных математических соревнований в процессе участия в них.

Практика: Проведение математических соревнований.

Второй год обучения

Раздел 1. Общие принципы решения математических задач

Теория:

- Логический вывод, предположения, метод от противного.
- Полный перебор возможностей.
- Примеры и контрпримеры.
- Введение в оптимизационные задачи, построение точных оценок; задачи типа «оценка + пример».
- Задачи с неопределенным ответом (задачи «можно ли...»), необходимость и достаточность примеров и контрпримеров.

Повторяются и обсуждаются общие принципы решения математических задач, подчеркивается необходимость обоснования математических утверждений, актуализируются понятия частного и общего случая, закрепляется понимание различий между доказательством и проверкой на частных примерах, обучающиеся приобретают опыт мыслительного, образного и предметно-манипулятивного конструирования. Формируются навыки работы с основными логическими конструкциями, такими как следствие, равносильность, необходимость, достаточность, существование, всеобщность. Логические понятия, связки, схемы рассуждения, общие принципы решения задач и доказательств, полученные на лекционных занятиях, закрепляются при решении практических задач с устным или письменным изложением решений.

Практика: Решение задач на логический вывод и логическое обоснование выдвигаемых гипотез, на конструирование примеров и контрпримеров, полный перебор комбинаций, рассматриваются примеры задач на построение точных оценок (задачи типа «оценка плюс пример» – синтез логического обоснования и конструирования). Уделяется внимание задачам с неопределенным ответом типа «можно ли...», отмечается принципиальное различие схемы доказательства для каждого из вариантов ответов.

Раздел 2. Делимость

Теория:

- Делимость и кратность целых чисел, основные свойства.
- Делители, общие делители, взаимно простые числа.
- Разложение на простые множители и основная теорема арифметики.
- Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.
- Количество делителей натурального числа.
- Признаки делимости на степени 2 и 5, на 3, 9, 11, признаки делимости на произведение чисел.

В ходе занятий по данной теме обучающиеся повторяют основные свойства делимости (сумма и разность чисел одинаковой одномодульной делимости, произведение, в котором один из множителей делится на данное число), свойства простых и составных чисел, делимости на простое число. Развиваются навыки поиска общих делителей чисел, приобретаются умения использования разложения на простые множители для анализа делимости чисел

(поиска делителей, количества делителей, нахождения общих делителей, общих кратных, НОД и НОК).

Обосновывается основная теорема арифметики о существовании и единственности разложения числа на простые множители, демонстрируется ее применение при решении задач на доказательство. Осваивается умение обоснования признаков делимости на различные числа, формируются навыки поиска контрпримеров к неверным признакам. *Практика:* Полученные навыки закрепляются при решении практических задач.

В качестве формы контроля можно использовать как контрольную работу, так и личные и командные математические соревнования (личную или командную олимпиаду, математическую абакку или регату с тематическим подбором заданий; см. Приложение 1) с дифференцированием задач по уровню сложности и тематике.

Раздел 3. Простые и составные числа

Теория:

- Общие свойства простых чисел.
- Свойства делимости на простое число.
- Теорема Евклида.
- Решето Эратосфена.
- Простые числа-близнецы.

Повторяются общие свойства делимости, обсуждаются специфические свойства делимости на простое число, а также общие свойства простых чисел. На примере доказательства теоремы Евклида о бесконечности множества простых чисел иллюстрируется метод доказательства от противного, а также возможность неконструктивных доказательств. *Практика:* Выполнение практических заданий, где у обучающихся формируются умения и навыки эффективного поиска простых чисел, проверки числа на простоту.

Раздел 4. Основы комбинаторики

Теория:

- Понятие варианта, комбинации.
- Основные способы перебора.
- Дерево возможных вариантов.
- Правила сложения и умножения вариантов.
- Простейшие комбинаторные формулы.
- Перестановки без повторений.

Учащимся демонстрируется необходимость полного рассмотрения вариантов в переборных задачах, обсуждаются общие черты некоторых переборных задач и задач на подсчет количества комбинаций. Обсуждаются способы подсчета комбинаций без их непосредственного нахождения.

Особое внимание уделяется изучению правил сложения и умножения вероятностей, формируется умения правильно применять данные законы, что закрепляется при решении практических задач. Способ подсчета перестановок предварительно демонстрируется на простейших задачах с использованием полного перебора, после чего на задачах с большим количеством элементов

обсуждается неконструктивный способ подсчета количества комбинаций, в результате выводится общая формула подсчета количества перестановок, навык использования которой закрепляется при решении задач.

Практика: Решение математических задач по теме.

В качестве одной из форм контроля рекомендуется провести математическую карусель, используя задачи различного типа на подсчет комбинаций и перебор вариантов. При этом желательно команды формировать по количеству игроков (4-5 человек) для более активного вовлечения учащихся в процесс решения и внутригруппового обсуждения задач.

Раздел 5. Принцип Дирихле

Теория:

- Принцип Дирихле: общее представление.
- Обобщенный вариант принципа Дирихле.
- Принцип Дирихле в теории чисел.
- Принцип Дирихле в комбинаторике.
- Принцип Дирихле в геометрических задачах.

Актуализируется представление о простом и обобщенном принципе Дирихле, повторяются общие методы и схемы доказательств: доказательство от противного, оценка и пример; обсуждаются возможности неконструктивных доказательств существования объектов.

Практика: При решении практических задач внимание учащихся обращается на различные интерпретации принципа Дирихле в задачах с принципиально различными объектами. Обсуждаются некоторые простейшие свойства числовых неравенств, знание которых и умение их применять закрепляются при самостоятельном решении практических задач. Общая схема доказательства с использованием принципа Дирихле иллюстрируется рассмотрением задач из элементарной теории чисел и комбинаторики. Геометрическая интерпретация принципа Дирихле вводится через интуитивные представления о покрытии отрезков и фигур, о свойствах мер (длин отрезков, площадей плоских фигур и поверхностей объемных тел).

Раздел 6. Теория игр

Теория:

- Позиционные игры, стратегии, выигрышные стратегии.
- Симметричные и парные стратегии.
- Передача хода.
- Выигрышные позиции, их свойства.
- Анализ с конца.

Повторяются основные понятия теории игр: антагонистические игры, правильная игра, стратегия, выигрышная стратегия. Рассматриваются симметричные стратегии для различных определений симметрии. Также рассматриваются смешанные стратегии, сводящиеся к симметричным, в том числе особенности передачи хода и сведение задачи к ситуации, в которой работает симметричная стратегия. В ходе решения задач у учащихся

формируется умение выявления скрытой симметрии в задачах, что используется для построения симметричных стратегий.

К понятию выигрышных позиций обучающиеся приходят при решении игровых задач общей структуры с различными начальными условиями. Метод построения выигрышных позиций иллюстрируется на примере игровых задач при последовательном изменении (усложнении) начальной позиции, позиции разбираются с активным участием обучающихся (например, в задачах на построение выигрышных позиций через анализ с конца).

Практика: Решение задач по теме.

Раздел 7. Основные понятия теории графов

Теория:

- Граф как модель системы.
- Базовые определения теории графов.
- Пути и циклы.
- Связность графов.

Обсуждается эффективность представления связанной с задачей системы в схематической форме с помощью графов. На примерах иллюстрируется способ представления объектов задачи и взаимосвязей между ними в виде вершин и ребер графа, обсуждается возможность существования общих способов решения конкретных задач при их интерпретации в виде графовых моделей.

Вводятся основные определения теории графов (вершины, ребра, смежность, инцидентность, путь). Введенные понятия развернуто иллюстрируются на конкретных примерах, отрабатывается умение идентифицировать объекты с вершинами и рассматриваемые связи с ребрами, интерпретировать задачу в терминологии теории графов.

Практика: Решение задач по теме.

Раздел 8. Геометрия

Теория:

- Основные геометрические понятия.
- Разрезания.
- Неравенство треугольника.

Обучающиеся кратко знакомятся с некоторыми геометрическими понятиями и свойствами. При решении задач на разрезание обучающиеся по большей части работают самостоятельно, задачи предлагаются в порядке последовательного усложнения.

Неравенство треугольника иллюстрируется интуитивной геометрической интерпретацией («путь по прямой короче, чем по ломаной (не по прямой)»). Возможно решение оптимизационных задач с использованием неравенства треугольника.

Практика: Решение задач по теме.

Раздел 9. Математические соревнования

Теория:

- Ознакомление с правилами математических боев, аукционов, карусели, регаты, абаки.
- Решение и анализ задач математических соревнований, олимпиад, турниров.
- Проведение соревнований.

Допускается разбор материала темы в течение года. Обучающиеся последовательно знакомятся с правилами личных и командных математических соревнований в процессе участия в них.

Практика: Проведение математических соревнований.

Третий год обучения

Раздел 1. Теория чисел, делимость, системы счисления

Теория:

- Позиционные и непозиционные системы счисления.
- Десятичная система счисления и признаки делимости.
- Сравнения по модулю.
- Малая теорема Ферма.

Вводится общее понятие систем счисления и их разновидностей. Особое внимание уделяется десятичной системе счисления, для которой рассматривается ряд признаков делимости (с доказательствами). Навыки применения признаков делимости закрепляются в ходе решения задач.

В ходе изучения темы обобщается понятие остатка, фактически трансформируясь в понятие сравнимости по модулю. Свойства сравнимости по модулю как разбираются с преподавателем, так и предлагаются к самостоятельному доказательству (под контролем преподавателя, с разбором трудных случаев). При обсуждении решения практических задач демонстрируется эффективность аппарата сравнений по модулю для решения и оформления решений задач, при решении которых закрепляются навыки применения свойств сравнений по модулю.

Практика: Решение задач по теме.

В качестве формы контроля возможна организация личной или командной олимпиады на основе задач по данной тематике.

Раздел 2. Инвариант

Теория:

- Понятие инварианта.
- Инварианты, связанные с делимостью и остатками.
- Инварианты, связанные с раскраской.

Обучающиеся знакомятся с понятием инварианта на простейших примерах (подсчет двумя способами), после чего данное понятие расширяется. Вырабатываются умения поиска инвариантов в изменяющейся системе, выбора из них необходимого для решения поставленной задачи.

В ходе изучения инвариантов, связанных с делимостью, обучающиеся повторяют свойства делимости и остатков.

Практика: При решении задач на исследование инвариантов, связанных с раскраской, обучающиеся знакомятся с идеей раскрашивания (нумерации) некоторых объектов для выявления их свойств и закономерностей, знакомятся с некоторыми стандартными способами раскрасок и приобрести опыт применения этой идеи в различных ситуациях.

Раздел 3. Комбинаторика

Теория:

- Подмножества элементов.
- Сочетания, размещения, перестановки с повторениями и без повторений.
- Треугольник Паскаля.

- Бином Ньютона.
- Свойства биномиальных коэффициентов.

С обучающимися обсуждаются общие черты некоторых переборных задач и задач на подсчет количества комбинаций (по большей части связанных с подсчетом количества подмножеств или наборов элементов некоторого конечного множества), способы подсчета комбинаций без их непосредственного нахождения. Способ подсчета упорядоченных наборов (кортежей) и неупорядоченных наборов (подмножеств) предварительно демонстрируется на простейших задачах с использованием полного перебора, после чего на задачах с большим количеством элементов обсуждается неконструктивный способ подсчета количества комбинаций, в результате выводятся общие формулы подсчета количества комбинаций указанного вида, навык использования которых закрепляется при решении задач.

Особое внимание уделяется комбинаторному доказательству свойств биномиальных коэффициентов, однако демонстрируется и способ доказательства с помощью преобразования выражающих число сочетаний алгебраических выражений (учащимся предлагается проделать выкладки самостоятельно).

Практика: Решение задач по теме.

Раздел 4. Теория графов

Теория:

- Основные понятия и теоремы теории графов.
- Виды графов.
- Изоморфизм графов.
- Деревья, их свойства.
- Планарные и плоские графы.
- Теорема Эйлера.
- Ориентированные графы.

Обучающиеся закрепляют умения применять графовые модели в анализе и решении задач, иллюстрируется способ представления объектов задачи и взаимосвязей между ними в виде вершин и ребер графа, в том числе ориентированного, обсуждается возможность существования общих способов решения конкретных задач при их интерпретации в виде графовых моделей. Рассматриваются конкретные примеры задач, отрабатывается умение идентифицировать объекты с вершинами и рассматриваемые связи с ребрами, интерпретировать задачу в терминологии теории графов. Вводится понятие изоморфизма графов, особое внимание уделяется топологическим свойствам графа.

Рассматриваются особые разновидности графов (деревья, плоские графы).

Практика: Практические задачи направлены на закрепление знаний свойств деревьев и плоских графов, а также навыков применения данных свойств.

Раздел 5. Принцип математической индукции

Теория:

- Полная индукция.

- Аксиома индукции.
- Примеры индуктивных рассуждений.
- Математическая индукция в задачах на делимость.
- Математическая индукция в доказательстве формул.

При изучении метода математической индукции с обучающимися предварительно обсуждается возможность получения неверных выводов при осуществлении неполного перебора в задачах (иллюстрируется на конкретных примерах неверных гипотез, подтверждающихся для некоторого подмножества случаев). К общей схеме математической индукции обучающиеся подводятся через последовательное решение задачи с возрастающим параметром условия, при этом индуктивный переход первоначально производится непосредственно для каждого случая, после чего предлагается обоснование корректности перехода для произвольного текущего состояния.

Метод математической индукции иллюстрируется на примере задач из различных областей математики, а навык его использования закрепляется в ходе решения практических задач. На ранних этапах желательно рекомендовать обучающимся проделывать несколько шагов индукции вручную для каждого значения параметра, после чего переходить к общему доказательству. Следует обратить внимание обучающихся на полноту доказательства базы индукции (в зависимости от утверждений, как которые производится ссылка в индуктивном переходе).

Практика: Решение задач по теме.

Раздел 6. Геометрия

Теория:

- Геометрические неравенства.
- Движения.
- Углы и площади.
- Построения.
- Вычисления в геометрии.

С использованием изученных свойств алгебраических неравенств обучающиеся выводят ряд геометрических неравенств. В качестве «геометрической основы» для этого предварительно используется неравенство треугольника, после чего с использованием свойств и метрических соотношений в треугольнике выводятся новые базовые неравенства, которые в дальнейшем используются при решении геометрических задач (геометрические неравенства, оптимизационные геометрические задачи).

Обсуждаются свойства движений и подобия, некоторые свойства обосновываются с помощью доказательств, для некоторых на данном этапе проводится только иллюстрация на примерах. Демонстрируется связь данных геометрических процессов с метрическими соотношениями и неравенствами в геометрических фигурах. Знание рассмотренных свойств закрепляется при решении задач.

Практика: Решение задач по теме.

Раздел 7. Математические соревнования

Теория:

- Ознакомление с правилами математических боев, аукционов, карусели, регаты.
- Решение и анализ задач математических соревнований, олимпиад, турниров.
- Проведение соревнований.

Допускается проведение математических соревнований в течение года. Обучающиеся последовательно знакомятся с правилами личных и командных математических соревнований в процессе участия в них.

Практика: Проведение математических соревнований.

Четвертый год обучения

Раздел 1. Теория чисел

Теория:

- Свойства делимости, остатков, сравнений по модулю, простых и составных чисел.
- Диофантовы уравнения, уравнения в простых числах.
- Функция Эйлера, обобщенная малая теорема Ферма (теорема Эйлера).
- Теорема Вильсона.
- Квадратичные вычеты.

Повторяются основные свойства делимости, сравнений по модулю, свойства простых и составных чисел. Учащимся предлагаются задачи на конструктивные и неконструктивные методы доказательства существования простых или составных чисел с указанными ограничениями (например, бесконечность множества простых чисел определенного вида). Вводятся понятия квадратичного вычета и квадратичного невычета, формулируются и доказываются простейшие свойства.

Понятие мультипликативной функции вводится на примере функции Эйлера, для нее же доказываются основные свойства. Навыки вычисления функции Эйлера и применения обобщенной малой теоремы Ферма закрепляются обучающимися в ходе решения практических задач.

С обучающимися разбираются общие методы решения диофантовых уравнений (линейные уравнения, метод спуска, разложение на множители, оценка), формируется навык анализа и решения линейных диофантовых уравнений.

Практика: Особое внимание уделяется самостоятельному решению уравнений в целых числах, в ходе которого на практических задачах закрепляется знание свойств делимости, остатков, сравнений.

В качестве формы контроля возможна организация личной или командной олимпиады на основе задач по данной тематике.

Раздел 2. Инвариант

Теория:

- Инварианты и полуинварианты.
- Инварианты и полуинварианты, связанные с четностью, делимостью и остатками.
- Инварианты и полуинварианты, связанные с раскраской.
- Инварианты в теории графов.
- Инварианты в геометрии и комбинаторной геометрии.
- Сложные инварианты и полуинварианты.

Обучающиеся актуализируют представление об инварианте, после чего данное понятие расширяется как путем расширения сфер применимости, так и введением понятия полуинварианта. Вырабатываются умения поиска инвариантов и полуинвариантов в изменяющейся системе, выбора из них необходимого для решения поставленной задачи, подбора адекватного полуинварианта.

В ходе изучения инвариантов и полуинвариантов повторяются основные понятия и свойства из элементарной теории чисел, комбинаторики, теории графов, геометрии.

Практика: При решении задач на исследование инвариантов и полуинвариантов обучающиеся отрабатывают навыки выбора неизменяемых величин, некоторыми стандартными способами выбора инвариантов и полуинвариантов, приобретают опыт применения идеи инвариантов и полуинвариантов при решении задач из различных областей математики в различных ситуациях.

Раздел 3. Неравенства

Теория:

- Числовые неравенства.
- Алгебраические неравенства и их свойства.
- Средние величины, неравенства о средних, классические неравенства.
- Метод Штурма в доказательстве неравенств.

Обучающиеся знакомятся с основными свойствами отношений предшествования и неравенств (транзитивность, антисимметричность, сложение и умножение неравенств). Свойства неравенств предварительно обсуждаются на примере числовых неравенств, после чего обобщаются и для алгебраических. На числовых неравенствах обязательно демонстрируется неприменимость некоторых операций к неравенствам (вычитание, деление неравенств). Знание свойств неравенств и умение их применять закрепляется в ходе решения практических задач.

Практика: Рассматриваются и отрабатываются при самостоятельном решении задач основные способы доказательства алгебраических неравенств (группировка, разложение на множители, выделение полного квадрата). Обучающиеся самостоятельно доказываются неравенства о средних для малого количества аргументов, после чего данные свойства обобщаются на случай произвольного количества аргументов, доказываются и обсуждаются с участием преподавателя. В ходе решения задач обучающиеся вырабатывают навыки выявления средних величин в алгебраическом выражении и использования неравенств о средних для доказательства алгебраических неравенств.

На простых примерах обучающиеся знакомятся с методом Штурма доказательства алгебраических неравенств, приобретают навык применения метода в ходе решения практических задач.

В контрольную работу рекомендуется включить задания на все рассмотренные типы неравенств (числовые и алгебраические неравенства, преобразование неравенств, в том числе с использованием формул сокращенного умножения, неравенства о средних различного вида).

Раздел 4. Оптимизация

Теория:

- Оценки и примеры.

- Точные оценки.
- Принцип крайнего.
- Полуинвариант.

Обучающиеся повторяют свойства неравенств, используют их как этапы решения оптимизационных задач. В ходе построения точных оценок приобретается опыт конструирования (образного, мыслительного), закрепляется осознание потребности в синтезе конструктивного и аналитического доказательств (для реализации этого при решении задач особое внимание уделяется задачам вида «оценка плюс пример»).

Практика: Через решение практических задач обучающиеся подводятся к использованию принципа крайнего. Вводимый принцип рассуждений иллюстрируется на примерах из различных разделов математики (принцип крайнего в геометрии, в комбинаторной геометрии, в алгебре, в комбинаторике, в теории графов).

На практических примерах разбираются основные идеи поиска полуинварианта, анализа принимаемых им значений, применения его для построения точных оценок. При самостоятельном решении задач у детей развиваются умения поиска полуинвариантов, выбора из них необходимого для данной ситуации и его использования при решении оптимизационных задач.

Раздел 5. Дискретная непрерывность

Теория:

- Дискретные процессы.
- Идея дискретной непрерывности.

Неявно обучающиеся знакомятся с функциями целого аргумента как процесса, развивающегося в дискретном времени. В качестве моделей, приводящих к понятию дискретного процесса, используются турниры (разбитые на игры и туры), игровые задачи на клетчатом поле (одномерном или двумерном), процессы на целочисленной прямой (блуждания). При этом формируется навык анализа дискретных процессов – принимаемых параметром значений, оценка минимального и максимального значения, множества значений параметра (функции).

Интуитивно вводится понятие дискретной непрерывности как близость значений функции (состояния процесса) при минимальных изменениях параметра (дискретного времени). Для процессов, характеризующихся свойством дискретной непрерывности, вводится дискретный аналог теоремы Больцано-Коши. Знание введенных понятий и идей, а также умение их использовать при анализе процессов закрепляется в ходе решения практических задач.

Практика: Решение задач по теме.

Раздел 6. Геометрия

Теория:

- Углы и площади.
- Равенство и подобие треугольников.
- Движения и гомотетия.

- Многоугольники.
- Окружности, вписанные углы, вписанные и описанные многоугольники.

Теоретическая база, необходимая для работы с данной темой, в основном вводится на уроках геометрии в общеобразовательной школе, поэтому основное внимание уделяется самостоятельному решению практических задач на вычисление, построение, доказательство.

Обсуждаются свойства движений, подобия, гомотетии. Демонстрируется связь данных геометрических процессов с метрическими соотношениями и неравенствами в геометрических фигурах.

Практика: Отрабатываются технические навыки: последовательное вычисление углов в геометрических задачах, поиск цепочек подобий, равных углов и пропорциональных отрезков. Знание рассмотренных свойств и полученные навыки закрепляются при решении задач.

Раздел 7. Квадратный трехчлен

Теория:

- Квадратный трехчлен и его коэффициенты.
- Выделение полного квадрата.
- Корни квадратного трехчлена.
- Разложение на множители.
- Теорема Виета.
- Расположение корней квадратного трехчлена.

Закрепляются знания о квадратном трехчлене. Обсуждаются основные свойства, закрепляются навыки оперирования с квадратным трехчленом: выделения полного квадрата, поиска корней, разложения на множители. Навыки использования теоремы Виета закрепляются при решении практических задач на конструирование квадратных трехчленов с заданными свойствами.

Вводится понятие квадратичной функции. Обсуждается зависимость величины и расположения корней квадратного трехчлена от его коэффициентов, свойства иллюстрируются с помощью геометрической интерпретации (графического представления функции и зависимости вида графика от соотношения коэффициентов).

Практика: Решение задач по теме.

Раздел 8. Математические соревнования

Теория:

- Ознакомление с правилами математических боев, аукционов, карусели, регаты.
- Решение и анализ задач математических соревнований, олимпиад, турниров.
- Проведение соревнований.

Допускается разбор материала темы в течение года. Обучающиеся последовательно знакомятся с правилами личных и командных математических соревнований в процессе участия в них.

Пятый год обучения

1. Вводное занятие. Инструктаж по технике безопасности. Входной контроль (выполнение тестовых заданий)

Раздел 2. Общие принципы решения математических задач

Теория: Обсуждаются основные идеи, подходы, общематематические (общенаучные) методы и принципы решения математических задач: предположения, перебор вариантов, логический вывод, получение противоречия и идея доказательства от противного, примеры и контрпримеры, идея постепенного конструирования, метод математической индукции, принцип крайнего.

Практика: Решение практических задач.

Раздел 3. Теория чисел

Теория: Изучаются основные свойства и закономерности, связанные с целыми числами, делимостью, остатками от деления, НОД, НОК, методы решения уравнений в целых числах. Также рассматриваются избранные вопросы и задачи алгебры, не связанные с теорией чисел.

Практика: Решение практических задач.

Раздел 4. Комбинаторика

Теория: Повторяются основные идеи и методы перечислительной комбинаторики. Рассматривается комбинаторика число сочетаний, треугольник Паскаля.

Практика: Решение практических задач.

Раздел 5. Теория графов.

Теория: Обсуждаются понятия, свойства конечных графов, теорема о количестве вершин в графе, деревья и паросочетания.

Практика: Решение практических задач.

Раздел 6. Алгебраические неравенства

Повторяются общие свойства алгебраических неравенств, рассматриваются классические неравенства (в том числе неравенства о средних), подробно изучаются различные методы доказательства алгебраических неравенств.

Раздел 7. Многочлены.

Теория: Рассматриваются общие свойства многочленов, их корней и коэффициентов. Обсуждаются различные вопросы, связанные с делимостью и неприводимостью многочленов. Изучаются многочлены специального вида.

Практика: Решение практических задач.

Раздел 8 Избранные разделы алгебры.

Теория: Повторяются общие свойства алгебраических неравенств, рассматриваются классические неравенства (в том числе неравенства о средних), подробно изучаются различные методы доказательства алгебраических неравенств.

Практика: Решение практических задач.

Раздел 9. Основы математического анализа.

Теория: Раздел «Основы математического анализа» как самостоятельный учебный раздел программы вводится для обучающихся пятого года обучения. Вводится понятие дискретного процесса, дискретной непрерывности как близость значений функции (состояния процесса) при минимальных изменениях параметра (дискретного времени). Формулируются понятия предела функции в точке и на бесконечности, непрерывности функции в точке и на отрезке, строго обосновываются свойства сходящихся и непрерывных функций.

Практика: Решения функциональных уравнений и практических задач.

Раздел 10. Геометрия. Избранные главы геометрии.

Теория: Рассматриваются различные геометрические теоремы и задачи (в основном планиметрические). Также уделяется внимание специальным разделам геометрии: аффинной и проективной геометрии, геометрии масс и барицентрическим координатам, алгебраическим методам в геометрии.

Практика: Решение практических задач.

Раздел 11. Математическая индукция

Теория: Повторение ранее пройденного материала.

Практика: Решение практических задач

Раздел 12 Математические соревнования

Ознакомление с правилами командных и личных математических соревнований. Решение и анализ задач математических соревнований, олимпиад, турниров. Проведение соревнований.

13 Итоговое занятие.

Итоговый контроль. Подведение итогов.

4. Планируемые результаты

Предполагаемым результатом реализации программы является:

- ✓ повышение общего интеллектуального и математического уровня обучающихся,
- ✓ развитие математической интуиции, логического мышления,
- ✓ формирование и развитие математической культуры,

- ✓ овладение новыми идеями и методами решения математических задач (в том числе олимпиадных),
- ✓ формирование умений адекватного и эффективного применения изученных методов и принципов в решении практических задач, а также умения представления достигнутых результатов в сочетании с их обсуждением (в том числе в рамках дискуссии).

Раздел №2 Комплекс организационно-педагогических условий

1. Календарный учебный план

Количество учебных недель: 36

Количество учебных дней: 36

Периоды обучения: сентябрь-декабрь, январь-июнь

2. Условия реализации программы

2.1. Материально-техническое обеспечение

Материально-техническая база соответствует санитарным и противопожарным нормам, нормам охраны труда.

Для реализации дополнительной общеразвивающей программы «Методы решения олимпиадных задач по математике» необходимый перечень учебных аудиторий и материально-технического обеспечения включает в себя:

- учебные столы/парты, стулья для обучающихся;
- стол, стул для педагога;
- доска меловая или маркерная (мел, маркеры для доски);
- технические средства обучения (компьютер/ноутбук) с подключением к сети Интернет;
- комплекты индивидуальных раздаточных материалов для обучающихся.

2.2. Кадровое обеспечение

Настоящая программа может быть реализована педагогом дополнительного образования или учителем, имеющими высшее профессиональное образование в области математики. Желателен опыт работы с одаренными детьми, умение стимулировать их познавательную активность, поддерживать различные виды интеллектуальной и творческой деятельности; наличие высокого потенциала и способностей к профессиональному саморазвитию и самосовершенствованию.

3. Формы аттестации

В рамках освоения дополнительной общеразвивающей программы «Методы решения олимпиадных задач по математике» предусмотрена начальная, текущая, промежуточная и итоговая оценка образовательных результатов.

Виды и сроки аттестации (контроля)

Время проведения	Цель проведения	Формы контроля
<i>Начальный или входной контроль</i>		
В начале учебного года	Определение уровня математической подготовки обучающихся. Проверка уровня остаточных знаний.	– Тест – Фронтальный и индивидуальный опрос
<i>Текущий контроль</i>		
В течение учебного года	Получение информации о ходе и качестве усвоения учебного материала, а также сведений для своевременной корректировки образовательного процесса.	– Текущий диалог с обучающимися в рамках приема задач с фиксацией выполненных заданий.
<i>Промежуточный контроль</i>		
По окончании изучения темы или раздела. В конце полугодия.	Определение степени усвоения обучающимися учебного материала. Определение результатов обучения.	– Фронтальный и индивидуальный опрос – Математическое соревнование – Контрольная работа, – Командное математическое соревнование – Работа в группах, обсуждение – Тест
<i>Дифференцированный итоговый контроль</i>		
В конце учебного года	Определение изменения уровня сформированности практических умений и навыков детей, их творческих способностей в предметной области «Математика». Определение результатов обучения. Получение сведений для совершенствования дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы «Методы решения олимпиадных задач	– зачёт по содержанию учебно-тематического плана соответствующего учебного года образовательной программы. – Устная личная математическая олимпиада для обучающихся, показавших в итоговой контрольной работе результат определенного уровня. – Участие в математических

	по математике» и методов обучения.	олимпиадах, турнирах и конкурсах различного уровня, научно-практических конференциях, образовательных проектах
--	------------------------------------	--

4. Методические материалы

4.1. *Формы организации образовательного процесса и учебных занятий*

В ходе реализации дополнительной общеразвивающей программы «Методы решения олимпиадных задач по математике» на учебных занятиях наравне с индивидуальной, групповой, фронтальной формами обучения, широко используются и такие как самообразование и саморазвитие обучающихся.

Программой предусмотрено проведение теоретических и практических учебных занятий (в большинстве случаев без явного разделения между этими двумя формами).

Теоретические занятия предполагают изложение педагогом теоретического материала. В основе практических занятий лежит индивидуальное выполнение обучающимися различных заданий, преимущественно направленных на решение математических задач, а также проведение групповых обсуждений и консультаций.

Типы заданий, используемых в практике:

- Задачи на логический вывод и логическое обоснование, выдвигаемых гипотез, полный перебор комбинаций истинности и ложности высказываний.
- Задачи на соответствия, на разбиение на пары, на чередования.
- Оптимизационные задачи.
- Задачи на построение точных оценок.
- Алгоритмические задачи.
- Переборные задачи.
- Клетчатые доски и таблицы.

Структура и содержание отдельного занятия выстраивается вокруг решения разного типа математических задач, которые наиболее часто встречаются на предметных олимпиадах и математических соревнованиях различного уровня. При этом новый теоретический материал, математические понятия, утверждения, основы новых (для детей) отраслей математики не декларируются педагогом, а вводятся совершенно естественным путём на основе прикладного проблемно-ориентированного подхода, ложатся на подготовленную почву и эффективно усваиваются обучающимися.

4.2. Педагогические технологии и методы обучения

Для достижения поставленных дидактических целей и реализации познавательной и творческой активности обучающихся в образовательном процессе используются следующие педагогические технологии и методы обучения:

1. Математические соревнования: письменная личная математическая олимпиада; устная личная математическая олимпиада; устная командная математическая олимпиада. (Приложение 1);
2. Самостоятельная работа обучающихся с теоретическим материалом;
3. Взаимное обучение, самообучение.
4. Технология проблемного обучения.
5. Здоровьесберегающие технологии

Методический фонд по дополнительной общеразвивающей программе «Методы решения олимпиадных задач по математике» содержит: авторские методические рекомендации к программе по отдельным тематическим модулям, комплект учебно-методической литературы для каждого года обучения, нормативные, финансовые и инструктивные документы, регламентирующие деятельность математических объединений и обеспечивающие их функционирование.

5. Список литературы

5.1. Нормативно-правовые документы

1. Федеральный Закон от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» с изменениями.
2. Федеральный закон от 31.07.2020 г. № 304-ФЗ о внесении изменений в Федеральный закон Российской Федерации «Об образовании в Российской Федерации по вопросам воспитания обучающихся».
3. Приказ Министерства труда и социальной защиты РФ № 652н от 22 сентября 2021 г. «Об утверждении профессионального стандарта "Педагог дополнительного образования детей и взрослых».
4. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 г. № 816 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации от 18.09.2017 г., регистрационный № 48226) «Порядок применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».
5. Постановление Главного государственного санитарного врача РФ от 28.09.2020 № 28 «Об утверждении СП 2.4.3648 «Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи».
6. Постановление Главного государственного санитарного врача РФ от 28.01.2021 N 2 «Об утверждении санитарных правил и норм СанПиН 1.2.3685-21 «Гигиенические нормативы и требования к обеспечению безопасности и (или) безвредности для человека факторов среды обитания».
7. Постановление Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 02 ноября 2021 г. № 27 «О внесении изменения в пункт 3 постановления Главного государственного санитарного врача РФ от 30.06.2020 № 16 «Об утверждении санитарно-эпидемиологических правил СП 3.1/2.4.3598-20 «Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации работы образовательных организаций и других объектов социальной инфраструктуры для детей и молодежи в условиях распространения новой коронавирусной инфекции (COVID-19)».
8. Постановлением Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 21.03.2022 г. № 9 «О внесении изменений в санитарно-эпидемиологические правила СП 3.1/2.4.3598-20 "Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации работы образовательных организаций и других объектов социальной инфраструктуры для детей и молодежи в условиях распространения новой коронавирусной инфекции (COVID-2019)", утвержденные постановлением Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 30.06.2020 № 16»;
9. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 27.07.2022 № 629 «Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам»;
10. Распоряжение Правительства РФ от 31 марта 2022 г. № 678-р «Концепция развития дополнительного образования детей до 2030 года».

5.2. Учебно-методическая литература

1. С.А. Генкин, И.В. Итенберг, Д.В. Фомин. Ленинградские математические кружки: пособие для внеклассной работы. Киров, издательство «АСА», 1994
2. Математика: Интеллектуальные марафоны, турниры, бои: 5-11 классы: Книга для учителя. – М.: Издательство «Первое сентября», 2003
3. А.С. Мерзляков. Факультативный курс по математике (первый год обучения). Ижевск: Издательский дом «Удмуртский университет», 2002
4. Т.П. Бахтина. Математикон 8: Готовимся к олимпиадам, турнирам и математическим боям: Пособие для учащихся общеобразоват. учреждений. – Мн.: «Аверсэв», 2003

5. Н.Б. Васильев, В.Л. Гутенмахер, Ж.М. Раббот, А.Л. Тоом. Заочные математические олимпиады. – М.: Наука, 1986
6. М. Гарднер. Математические чудеса и тайны. – М.: Наука, 1986
7. В.О. Бугаенко. Турниры им. Ломоносова – МЦНМО, ЧеРо, 1998
8. И.Л. Бабинская. Задачи математических олимпиад. – М.: Наука, 1975.
9. А.В. Спивак. Математический кружок. 6-7 класс. – М.: Посев, 2003
10. О. Оре. Приглашение в теорию чисел. – М.: Наука, 1980
11. Р. Хонсбергер. Математические изюминки. – М., Наука, 1992
12. И.В. Яценко. Приглашение на математический праздник. – М., МЦНМО, 2005
13. Н.Б. Алфутова, А.В. Устинов. Алгебра и теория чисел для математических школ. – М., МЦНМО, 2001
14. В.И. Арнольд. Задачи для детей от 5 до 15 лет. – М., МЦНМО, 2004
15. Н.Я. Виленкин. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969
16. И.М. Виноградов. Основы теории чисел – М.-Л., Гостехиздат, 1952
17. К.П. Кохась, А.И. Храбров, С.Л. Берлов, С.В. Иванов, Д.В. Карпов, Ф.В. Петров. Петербургские олимпиады школьников по математике: 2000-2002 – СПб.: Невский Диалект; БХВ-Петербург, 2006

1. Математические соревнования

Существует достаточно много различных форм внеурочной математической деятельности. Широкое распространение получили математические олимпиады различных уровней, проводимые с целью привлечения способных школьников к занятию математикой. Также достаточно популярными являются такие виды состязаний как математические аукционы, брейн-ринги, викторины, математические регаты и «математические драки».

Как правило, математические соревнования включают в себя индивидуальную или групповую работу над решением интересных нестандартных задач, письменное или устное изложение решения, прямое взаимодействие с другими участниками или членами жюри. Ряд математических соревнований формируют умения поиска ошибок и недочетов в предложенном решении (например, оппонирование на математическом бое), оценку трудности задач (с целью выбора правильной игровой стратегии на математическом аукционе или математическом бое), анализ своих сильных и слабых сторон (например, в ходе математической регаты), отрабатывают навыки письменной и устной монологической речи, а также формируют важные черты математической культуры и прививают навыки ведения научной дискуссии.

Ниже приводятся правила наиболее распространенных личных и командных математических соревнований.

Письменная личная математическая олимпиада

Каждый участник получает комплект задач (как правило, от 4 до 6), которые решает в течение отведенного времени (3-4 часа; младшим школьникам рекомендуется отводить на решение задач 1,5-2 часа). Решения задач оформляются письменно и предоставляются на проверку членам жюри.

Каждая задача оценивается в 7 баллов. В ходе проверки по каждой задаче соответственно выставляется от 0 до 7 баллов. Допускается и проведение олимпиады, в которой стоимость задач может отличаться. Общий итог подводится суммированием баллов.

Устная личная математическая олимпиада

Участникам предлагается комплект задач. Все задачи делятся на две группы «выводные» и «довыводные». Участник олимпиады, решивший 3 задачи из первой группы (на их решение отводится 2,5 часа), получает вторую группу задач и еще 1 час дополнительного времени.

Решив задачу (или несколько задач), школьник вызывается отвечать и рассказывает решение одному из членов жюри. Тот ищет ошибки и, если какие-то места в решении требуют более подробного объяснения, задает соответствующие вопросы. Отвечающий может исправлять и дополнять решение "на ходу", но если он не может сделать этого достаточно быстро (например, думает больше минуты), то засчитывается неверный подход. Всего участник может сделать не больше трех подходов по каждой задаче. Если он не смог рассказать решение за три попытки, то он лишается права отвечать эту задачу. При подведении итогов количество неверных подходов не учитывается.

Если принимающий счел решение правильным, то, оно засчитывается, и школьник возвращается на место решать другие задачи. Так же каждое решение оценивается баллами (по каждой задаче от 1-го до 7-ми). Если школьник получил неполный балл по данной задаче (такое возможно, даже если решение признано верным) и у него остались подходы, он может исправить допущенные огрехи. "Подозрительные" решения перепроверяются жюри, и бывает (впрочем, не часто), что обнаруживается хитрая ошибка, не найденная во время ответа. Если олимпиада еще не закончилась, то школьнику сообщают об ошибке и предлагают исправить или дополнить решение, а запись о его ответе аннулируется. После конца олимпиады изменения в протоколе уже невозможны, даже если выяснилось, что кто-то рассказал неверное решение.

Допускается использовать следующую систему оценки: решенная задача – 1 балл, нерешенная задача – 0 баллов, при этом номер подхода не учитывается. Также допускается варьировать количество довыводных и выводных задач и количество времени, отводимого на их решение.

При подведении итогов все баллы суммируются.

Устная командная математическая олимпиада

На каждую из команд выдается одинаковый комплект задач, которые она решает в течение отведенного промежутка времени (как правило, 3-4 часа).

Решение задачи представляется устно одним из членов команды, причем только одной судейской бригаде. При этом команде желательно иметь с собой необходимые для рассказа решения чертежи и выкладки. На изложение решения каждой задачи дается три попытки. Если все они использованы, а решение задачи не засчитано, то команда не может подходить с решением этой задачи. Каждый член команды может подходить с решениями не более чем двух различных задач. Если решение задачи предоставляется сначала одним игроком, а затем другим, то выходы засчитываются как одному игроку, так и другому. Победитель определяется по количеству решенных задач. В случае равенства количества решенных задач могут учитываться количество подходов и сложность решенных задач.

Математический бой

Ниже приводится сокращенный вариант правил.

В математическом бою принимают участие две команды (обычно по 7-8 человек). В начале математического боя (матбоя) команды получают одинаковые подготовленные жюри комплекты условий задач (чаще всего 8) и в течение определенного времени (подготовительной части) решают их. В ходе решения задач команда имеет право пользоваться любой имеющейся в наличии литературой и непрограммируемыми вычислительными устройствами. Во время подготовительной части члены команды имеют право общаться лишь друг с другом и членами жюри. На решение обычно отводится 4 часа.

После окончания подготовительной части команды собираются в одном помещении, где проходит зрелищная часть математического боя. В этот период времени команды рассказывают друг другу решения задач в определенном правилами порядке.

Для определения порядка вызовов проводится конкурс капитанов, в котором капитаны команд решают не предлагавшуюся во время подготовительной части задачу. Тот из капитанов, который первым справится с предложенной задачей, объявляется победителем. После этого победившая в конкурсе капитанов команда определяет, будет ли она делать первый вызов, или же она хочет быть сначала вызванной. Возможно также проведение конкурса капитанов в другой форме (например, в виде некоторой игры). О форме проведения конкурса капитанов объявляет жюри.

После определения порядка вызовов начинается рассказ решений. При этом команды последовательно рассказывают друг другу решения задач. Та из команд, которая обладает правом вызова, вызывает противоположную команду на одну из задач, решение которой еще не рассказывалось (например, «Мы вызываем соперника на задачу №5»). Команда может принять вызов и выставить к доске докладчика, а вызвавшая команда выставляет к доске оппонента. Также команда может проверить корректность вызова (для этого достаточно сказать: «Проверка корректности»). В этом случае докладчика выставляет вызывавшая команда, а совершившая проверку корректности команда выставляет оппонента. После этого между докладчиком и оппонентом происходит обсуждение задачи.

Докладчик рассказывает решение задачи. Доклад должен содержать ответы на все поставленные в задаче вопросы и доказательство правильности и полноты полученных результатов. На доклад обычно отводится 10 минут, но по решению жюри время может быть увеличено. Докладчик обязан доказывать каждое промежуточное утверждение, либо ссылаться на него как на общеизвестное. Общеизвестными принято считать утверждения школьной программы, а также некоторые дополнительные факты (в любом случае вопрос об

общеизвестности утверждения решается жюри). В свою очередь задачей оппонента является обнаружение в решении ошибок и недочетов (если такие имеются). Каждая задача оценивается в 12 баллов, которые распределяются между командами (которые в каждом раунде представлены докладчиком и оппонентом) и жюри.

Оппонент может уточнить некоторые моменты доклада (например, попросить уточнения какого-либо высказывания или предложить его более понятную переформулировку). Также оппонент имеет право попросить докладчика доказать сформулированное тем не общеизвестное утверждение. В том случае, если на какие-либо вопросы оппонента докладчик не дал ответа, считается, что в решении обнаружена «дыра». Жюри оценивает стоимость «дыр», и оппонент получает, как правило, половину этой стоимости. Если в данном раунде не было проверки корректности вызова, то оппонент получает возможность закрыть «дыры» (доказав то, что не удалось сделать докладчиком, или, в исключительных случаях, рассказав свое решение), за что может получить и оставшуюся стоимость «дыр». Утверждения, которые оппонент доказал лишь после вопросов оппонента или жюри, называются «грязью» (за что с докладчика снимают обычно не более двух баллов). Оппонент, после того, как задаст все вопросы, высказывает резюме по докладу, давая общую его оценку и перечисляя моменты, которые не были доказаны. Далее в роли оппонента выступает жюри, и докладчик отвечает уже на его вопросы. После того, как вопросов не остается, жюри объявляет счет по данному раунду, распределяя баллы по задаче между докладчиком, оппонентом и жюри. В спорных ситуациях жюри рассматривает претензии капитанов по существу.

Если при вызове на задачу была проверка корректности, и оппоненту удалось обнаружить отсутствие решения (показал ли оппонент, что задача не решена, определяет жюри), то вызов признается некорректным и право вызова остается у той команды, которая вызывала. В противном случае вызов признается корректным и право вызова переходит к противоположной команде. Команда, обладающая в текущий момент правом вызова, может отказаться от него, в этом случае противоположная команда имеет право рассказать решения любых не рассказанных до этого задач с оппонентом от отказавшейся команды, после чего бой заканчивается.

Во время доклада команда имеет взять полуминутный перерыв (всего в распоряжении команд по ходу матбоя имеется шесть таких перерывов) для совещания со своим представителем у доски. Также команда имеет право заменять своего докладчика или оппонента (за это с команды снимается два полуминутных перерыва). Каждый член команды имеет право выходить к доске не более двух раз, при этом не играет роли, был ли это выход с докладом или же выход на оппонирование. Участие в конкурсе капитанов выходом не считается.

По ходу матбоя докладчик, оппонент и жюри высказываются в вежливой и корректной форме, обращаются друг к другу строго на «Вы». Критика доклада не должна переходить в критику личности докладчика или оппонента. В течение математического боя жюри имеет право оштрафовать команду или отдельных ее членов за шум, некорректное поведение и прочие нарушения правил матбоя. В качестве штрафов жюри снимает имеющиеся у команды полуминутные перерывы, а также может лишить команду права на дальнейшее обсуждение доклада или дисквалифицировать команду или отдельных ее членов.

Зрелищная часть математического боя заканчивается тогда, когда рассказаны решения всех задач, или когда одна из команд совершила отказ от вызова, а другая команда предложила решения некоторых из оставшихся задач и больше с докладом выступать не будет. После окончания зрелищной части жюри подводит итоги, суммируя набранные командами баллы по задачам. В том случае, если разница набранных командами баллов не превышает трех, объявляется ничья, иначе победителем объявляется команда, набравшая больше баллов. Если бой не может закончиться вничью (например, в турнирах на выбывание), то победитель определяется путем так называемых «пенальти» (небольшое командное соревнование, победителем в котором объявляется команда, быстрее и правильнее справляющаяся с решением дополнительных задач).

Очевидно, правила математического боя достаточно сложны, поэтому по ходу математического боя жюри комментирует тонкие моменты правил командам. Также жюри является верховным толкователем правил матбоя и мотивирует все свои решения, не вытекающие из правил напрямую.

Математический хоккей

Математический хоккей – это командное соревнования по решению задач. Рисуются игровое поле, визуально напоминающее хоккейную площадку, на котором выделяются ключевые точки: центральное поле (средняя линия, центр поля, зона центрального вбрасывания), зоны соперничающих команд, линии ворот. В начале игры шайба находится в центре поля. Задачи предлагаются по одной. Команда, верно решившая задачу первой, перемещает шайбу в сторону ворот соперников (по отмеченным на поле ключевым точкам). При этом, если шайба уже находится на линии ворот соперников, считается, что команда забила гол, а шайба переносится в центр.

Возможен вариант с разделением игроков соперничающих команд по ролям: игроки двух команд делятся на нападающих, защитников и вратаря. После решения каждой задачи шайба перемещается в сторону ворот проигравшей команды. Если вратарь проигрывает нападающим, то забивается гол, и шайба возвращается в центр поля.

Математическая карусель

Математическая карусель – это командное соревнования по решению задач. Побеждает в нем команда, набравшая наибольшее число очков. Задачи решаются на двух рубежах – исходном и зачетном, но очки начисляются только за задачи, решенные на зачетном рубеже. В начале игры все члены команды располагаются на исходном рубеже, причем им присвоены номера от 1 до 6. По сигналу ведущего команды получают задачу и начинают ее решать. Если команда считает, что задача решена, ее представитель, имеющий номер 1, предъявляет решение судье. Если оно верное, игрок №1 переходит на зачетный рубеж и получает задачу там, а члены команды, оставшиеся на исходном рубеже, тоже получают новую задачу. В дальнейшем члены команды, находящиеся на исходном и зачетном рубежах, решают разные задачи независимо друг от друга.

Чтобы понять следующую часть правил, надо представить себе, что на каждом рубеже находящиеся на нем члены команды выстроены в очередь. Перед началом игры на исходном рубеже они идут в ней в порядке номеров. Если члены команды, находящиеся на каком-либо из двух рубежей, считают, что они решили очередную задачу, решение предъявляет судье игрок, стоящий в очереди первым. Если решение правильное, то с исходного рубежа этот игрок переходит на зачетный, а на зачетном возвращается на свое место в очереди. Если решение неправильное, то на исходном рубеже игрок возвращается на свое место в очереди, а с зачетного переходит на исходный. Игрок, перешедший с одного рубежа на другой, становится в конец очереди. И на исходном, и на зачетном рубежах команда может в любой момент отказаться от решения задачи. При этом задача считается нерешенной.

После того, как часть команды, находящаяся на каком-либо из двух рубежей, рассказала решение очередной задачи или отказалась решать ее дальше, она получает новую задачу. Если на рубеже в этот момент нет ни одного участника, задача начинает решаться тогда, когда этот участник там появляется.

За первую верно решенную на зачетном рубеже задачу команда получает 3 балла. Если команда на зачетном рубеже верно решает несколько задач подряд, то за каждую следующую задачу она получает на 1 балл больше, чем за предыдущую. Если же очередная задача решена неверно, то цена следующей задачи зависит от ее цены следующим образом. Если цена неверно решенной задачи была больше 6 баллов, то следующая задача стоит 5 баллов. Если цена неверно решенной задачи была 4, 5 или 6 баллов, то следующая задача стоит на балл меньше. Если же неверно решенная задача стоила 3 балла, то следующая задача тоже стоит 3 балла.

Игра для команды оканчивается, если

- а) кончилось время, или
- б) кончились задачи на зачетном рубеже, или
- в) кончились задачи на исходном рубеже, а на зачетном рубеже нет ни одного игрока.

Время игры, количество исходных и зачетных задач заранее оговаривается.

Игра оканчивается, если она закончилась для всех команд.

Математическая абака

Математическая абака – это командная игра-соревнование по решению задач. Все задачи выдаются для решения всем командам одновременно. Основным зачётным показателем в математической абаке является общее количество набранных очков (включая бонусы). В случае равенства очков у нескольких команд более высокое место занимает команда, имеющая большую сумму бонусов. При равенстве и этого показателя команды считаются разделившимися места.

Решение задач. Каждой команде предлагается для решения 6 тем по 6 задач в каждой теме. Задачи каждой темы сдаются по порядку, от 1-й до 6-й (например, у команды не примут ответ на 4-ю задачу, пока она не сдала ответы на задачи 1, 2 и 3). На каждую задачу отводится один подход (одна попытка сдать ответ). Если команда предъявила правильный ответ на задачу, она получает за это цену задачи, а если неправильный или неполный – 0 очков. В некоторых задачах по усмотрению жюри цена задачи может быть поделена поровну между всеми возможными ответами, в этом случае каждый найденный ответ приносит команде соответствующую часть цены. Для каждой такой задачи это указывается в ее условии.

Цена первой задачи каждой темы – 10 очков, второй – 20, ..., шестой – 60 очков. (Таким образом, не считая бонусов, команда может заработать за решение задач до $6 \cdot 210 = 1260$ очков.)

Основные бонусы. Каждая команда дополнительно может заработать бонусные очки:

- За правильное решение всех задач одной темы («бонус-горизонталь») – 50 очков
- За правильное решение задач с одним и тем же номером во всех темах («бонус-вертикаль») – цену задачи с этим номером

Бонусы за первое решение. Первые команды, получившие каждый из шести возможных бонус-горизонталей и каждый из шести бонус-вертикалей, получают их в двойном размере.

Окончание игры. На решение задач отводится 90 минут. Игра для команды оканчивается, если у нее кончились задачи или истекло общее время, отведенное для игры.

Математическая регата

В регате участвует некоторое количество команд. В составе каждой команды — 4 человека. Соревнование проводится в четыре тура. Каждый тур представляет собой коллективное письменное решение трех задач. Любая задача оформляется и сдается в жюри на отдельном одинарном листе, причем каждая команда имеет право сдать только по одному варианту решения каждой из задач.

Проведением регаты руководит Координатор. Он организует раздачу заданий и сбор листов с решениями; проводит разбор решений задач и обеспечивает своевременное появление информации об итогах проверки.

Время, отведенное командам для решения, и стоимость задач каждого тура в баллах указаны на листах с условиями задач, которые каждая команда получает непосредственно перед началом каждого тура.

Параллельно с ходом проверки, Координатор осуществляет для учащихся разбор решений задач, после чего школьники получают информацию об итогах проверки. После объявления итогов тура, команды, не согласные с тем, как оценены их решения, имеют право подать заявки на апелляции

Команды-победители и призеры регаты определяются по сумме баллов, набранных каждой командой во всех турах.

Непрерывный конкурс решения задач

Конкурс отличается тем, что предполагает решение большого количества разноплановых задач в течение длительного промежутка времени (от нескольких дней до нескольких месяцев). Он сочетает в себе самостоятельную работу над сложными задачами (проблемами) в свободном режиме в течение длительного промежутка времени, допускает работу с литературой, требует четкого последовательного изложения результатов. Все это позволяет считать его адекватной имитацией научной деятельности.

Ниже приводится одна из схем непрерывного конкурса.

В непрерывном конкурсе решения задач школьники могут принимать участие как индивидуально, так и объединившись в команды (не более 4 человек). Участники конкурса получают задачи от жюри, решения сдают в письменной форме. Жюри после проверки каждого из решений засчитывает или не засчитывает задачу участнику. Общий итог подводится в конце учебного года, ежемесячно подводятся промежуточные итоги. Индивидуальный участник не может входить в состав ни одной из команд. Решения сдаются участниками письменно одним из оговоренных способов. Начать и прекратить участие в конкурсе допускается в любой момент времени. Считается, что школьник (команда) принимает участие в конкурсе, если у него засчитана хотя бы одна задача.

Задачи выдаются письменно (как правило, комплектами по 10-30 задач). Текущий комплект задач общий для всех участников конкурса. Комплект заданий может пополняться по ходу турнира.

Жюри готовит комплекты заданий, определяет время и место выдачи заданий, способы предоставления решений, консультирует участников по условиям задач, выполняет проверку работ участников, подводит итоги.

После проверки решения, задача либо засчитывается данному участнику (если участником предоставлено полное решение), либо не засчитывается (если полного решения не предоставлено). Количество попыток предоставления решения задачи не ограничивается. Итоги проверки доводятся до сведения участника в течение месяца.

Текущая стоимость задачи равна количеству участников конкурса, у которых в текущий момент времени данная задача не засчитана (то есть, общее количество участников конкурса минус количество сдавших полное решение задачи). Текущий результат (количество баллов) каждого участника определяется как сумма текущих стоимостей каждой из засчитанных ему задач.

Промежуточные итоги подводятся ежемесячно (в начале месяца), общий итог конкурса подводится в конце учебного года. При подведении итогов публикуются только текущие результаты участников конкурса (отдельно в индивидуальном и командном зачете, допускается подведение итогов в общем зачете), номера зачтенных участнику задач не разглашаются.

Решение о снятии задачи с конкурса, изменении формулировки задачи, дисквалификации участника и других не предусмотренных правилами ситуаций принимается жюри конкурса.

Математический брейн-ринг

В игре участвуют 4-6 команд по 4-6 человек. Команды рассаживаются в аудитории. Каждая команда выбирает себе капитана. Ведущий оглашает условие задачи, её стоимость в баллах и время на решение этой задачи (время подготовки).

В течение времени подготовки команды пытаются решить задачу. Если в течение времени подготовки капитан какой-то команды поднял руку, то к доске немедленно выходит один из членов данной команды. Если подняли руки несколько капитанов, то к доске выходит член команды, капитан которой поднял руку первым. Спорные ситуации разрешаются жюри.

Вышедший к доске игрок ждет окончания времени подготовки. Он не может общаться с командой до конца рассказа решения. По окончании времени подготовки команды, кроме той, представитель которой находится у доски, сдают в жюри письменные решения задачи.

От каждой команды принимается к рассмотрению только одно решение. После сдачи письменных решений игрок, находящийся у доски, рассказывает своё решение задачи. Жюри по ходу рассказа и после него задаёт вопросы и делает замечания.

Письменные решения оцениваются жюри, исходя из объявленной стоимости задачи. При выходе члена команды к доске с команды автоматически снимается стоимость задачи. Рассказанное у доски решение оценивается, исходя из удвоенной стоимости задачи. Оглашается счет по задаче. Если задачи не исчерпаны, описанная выше процедура повторяется.

Итог подводится по суммарному числу набранных баллов.

Математический аукцион

Соревнование также известно под названием «математическая драка».

Участие в соревновании индивидуальное. Ведущий предлагает задачи по одной, объявляя ее стоимость в баллах и отводимое для ее решения время. Если в течение отведенного времени один из участников сигнализирует о решении задачи поднятием руки, то решение заслушивается, после чего задача признается либо решенной, либо нерешенной (в том случае, если есть какие-либо недочеты). В том случае, если задача решена, то участник получает заявленное количество баллов, и обсуждение данной задачи прекращается. Если задача не решена, то она остается в розыгрыше (при этом выступившие по данной задаче участники не имеют права предоставлять новое решение).

Если в течение отведенного времени задача не решена ни одним из участников, ведущий может поднять стоимость задачи и добавить время на ее решение; эта операция может повторяться для данной задачи неоднократно (при этом ведущий заранее объявляет процедуру увеличения стоимости).

Данная процедура повторяется для каждой из вынесенных на аукцион задач. Итог подводится по общему количеству набранных каждым участником баллов.

2. Задания для проведения математических соревнований

Задания математической карусели

5–6 класс

- (1. Исход) Найдите двузначное число, которое в 2 раза больше суммы своих цифр.
- (2. Исход) В подъезде на первом этаже 2 квартиры, а на всех остальных этажах по 4 квартиры. На каком этаже находится квартира с номером 45?
- (3. Исход) Какое наибольшее число карандашей можно взять в темноте из коробки с 10 красными, 8 синими, 8 зелеными и 7 желтыми карандашами, чтобы в ней обязательно осталось хотя бы по одному карандашу каждого цвета?
- (4. Исход) В трех ящиках находятся мука, крупа и сахар. На первом написано "Крупа", на втором — "Мука", на третьем — "Крупа или сахар". Известно, что содержимое ни одного из ящиков не соответствует надписи на нем. В каком ящике находится крупа?
- (5. Исход) Расставьте, где это требуется, знаки арифметических действий и скобки, чтобы получилось верное равенство $5\ 5\ 5\ 5 = 130$
- (6. Исход) Один из попугаев всегда говорит правду, другой всегда врет, а третий — хитрец — иногда говорит правду, иногда врет. На вопрос: «Кто Кеша?» — они ответили:
Гоша: — Лжец.
Кеша: — Я хитрец!
Рома: — Абсолютно честный попугай.
Кто Кеша?
- (7. Исход) На двух полках стояло 72 книги. Когда с первой полки переставили на вторую 14 книг, то книг на полках стало поровну. Сколько книг стояло первоначально на первой полке?
- (8. Исход) Придумайте, как разрезать квадрат 5×5 на 5 уголков  и 5 прямоугольников .
- (9. Исход) Два кубика весят столько, сколько весит один шарик. Два бруска равны по массе трем шарикам. Сколько кубиков нужно взять, чтобы их масса была равна одному бруску?
- (10. Исход) Корова вчетверо дороже собаки, а лошадь вчетверо дороже коровы. Собака, две коровы и лошадь стоят 100 тысяч рублей. Сколько стоит корова?
- (11. Исход) Банка, наполненная доверху молоком, весит 1470 гр. Когда Миша выпил четверть всего молока из банки, то она стала весить 1170 гр. А сколько весит банка без молока?
- (12. Исход) Вася выписал все натуральные числа от 1 до 1000. Сколько среди них таких чисел, в записи которых встречаются три одинаковые цифры?
- (13. Исход) Мойдодыр был "умывальников начальник и мочалок командир". В каждый отряд входит один умывальник и 5 мочалок. Всего умывальников и мочалок 102. Сколько мочалок находится под командой Мойдодыра?
- (14. Исход) Сумма некоторых восьми чисел равна 2006. Число 998 — одно из них. Если его заменить на 899, чему будет равна новая сумма?
- (15. Исход) У мальчика столько же сестер, сколько и братьев, а у его сестры вдвое меньше сестер, чем братьев. Сколько в этой семье мальчиков и сколько девочек?
- (16. Исход) Взяли произведение цифр двузначного числа и добавили к нему сумму его цифр. В результате получилось то же самое число. Одно из таких чисел — 29 ($2 \cdot 9 + 2 + 9 = 29$) Найдите еще хотя бы три числа, обладающих таким свойством.
- (17. Исход) Число разделили на 5 и в частном получили 6 и остаток на 4 меньше частного. Какое число делили на 5?
- (18. Исход) Сколько потребуется цифр для нумерации 48 спортсменов на старте, начиная с первого?

(19. Исход) Конфеты "Сладкая математика" продаются по 12 штук в коробке, а конфеты "Геометрия с орехами" – по 15 штук в коробке. Какое наименьшее количество коробок конфет и того, и другого сорта нужно купить, чтобы и тех, и других конфет было поровну?

(20. Исход) В бочке было 40 ведер воды. Когда из бочки вычерпали несколько ведер, то воды осталось в 7 раз больше, чем вычерпали. Сколько ведер вычерпали?

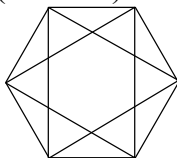
(1. Зачёт) Леня, Женя и Миша имеют фамилии Орлов, Соколов, Ястребов. Какая фамилия у Миши, если Женя, Миша и Соколов - члены математического кружка, а Миша и Ястребов занимаются музыкой?

(2. Зачёт) На двух кустах сидело 25 воробьев. После того, как с первого куста перелетело на второй 5, а со второго улетело 7 воробьев, то на первом кусте осталось вдвое больше воробьев, чем на втором. Сколько воробьев было на первом кусте первоначально?

(3. Зачёт) Опытный дрессировщик может вымыть слона за 40 минут, а его сыну для этого требуется 2 часа. За сколько времени они вымоют трех слонов, работая вдвоем?

(4. Зачёт) Муравьишка проехал на гусенице некоторое расстояние за 28 минут. За сколько минут муравьишка проедет на жуке расстояние в 4 раза большее, если скорость жука в 7 раз больше скорости гусеницы?

(5. Зачёт) Сосчитайте, сколько треугольников на рисунке:



(6. Зачёт) Придумайте, как разрезать квадрат на 9 треугольников.

(7. Зачёт) Четверо купцов заметили, что если они сложатся без первого, то соберут 90 рублей, без второго – 85, без третьего – 80, без четвертого – 75 рублей. Сколько денег у второго купца?

(8. Зачёт) Пять первоклассников стояли в шеренгу и держали 37 шариков. У детей, стоящих справа от Таты – 14 шариков, справа от Яши – 32, справа от Веры – 20, справа от Максима – 8. Сколько шариков у Даши?

(9. Зачёт) В семье четверо детей. Им 5, 8, 13, 15 лет. Детей зовут Аня, Боря, Вера и Галя. Сколько лет каждому ребенку, если одна девочка ходит в детский сад, Аня старше Бори и сумма лет Ани и Веры делится на три?

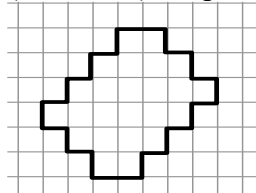
(10. Зачёт) Восстановите поврежденные записи арифметического действия:

$$\begin{array}{r} \times \quad * \quad * \\ 5 \quad 2 \\ \hline * \quad 6 \\ * \quad * \\ \hline * \quad 7 \quad * \end{array}$$

(11. Зачёт) В понедельник Петя принес в школу и дал почитать Коле сборник рассказов. Во вторник Коля отдал его Грише, а Гриша в четверг отдал его Саше, а Саша в следующий понедельник отдал его Володе, и так далее, причем каждый держал у себя книгу вдвое дольше предыдущего. В результате книга вернулась к Пете опять в понедельник, но в следующей учебной четверти. Сколько ребят, кроме Пети, успели ее прочесть?

(12. Зачёт) Четверо ребят – Алеша, Боря, Ваня и Гриша соревновались в беге. После соревнований каждого из них спросили, какое место он занял. Алеша ответил: "Я не был ни первым, ни последним". Боря ответил: "Я не был последним". Ваня: "Я был первым". Гриша: "Я был последним". Три из этих ответов правильные, а один неверный. Кто выиграл соревнования?

(13. Зачёт) Разрежьте фигуру по линиям сетки на 4 равные части:



(14. Зачёт) Тренер, сидя на тренировке, соображал: "Если бы к моим спортсменам прибавить половину их да еще десяток, то у меня была бы целая сотня человек!" Сколько спортсменов занимается у тренера?

(15. Зачёт) Чтобы открыть сейф, нужно ввести код – число, состоящее из пяти цифр: двоек и троек. Сейф откроется, если двоек больше, чем троек, а код делится и на 3, и на 4. Сколько нужно перепробовать кодов?

(16. Зачёт) Вася выписал на доску все натуральные числа от 1 до 100. Коля вычеркнул все числа, в которых есть цифра 1. После него пришел Петя и вычеркнул все числа, в которых есть цифра 2. Сколько чисел осталось на доске?

Ответы:

Исходные задачи:

1. 18; 2. 12; 3. 6; 4. Во втором; 5. $5+5*5*5$ или $5*5*5+5$ (может, есть и еще); 6. Лжец; 7. 50; 8. (проверить разрезание, способов много); 9. 3; 10. 16 тысяч; 11. 270 г.; 12. 10; 13. 85; 14. 1907; 15. 3 сестры, 4 брата; 16. Любые 3 числа, оканчивающиеся на 9; 17. 32; 18. 87; 19. 5 и 4; 20. 5

Зачетные задачи:

1. Орлов; 2. 17; 3. 1 час 30 минут (зачет: 1,5 часа; 90 минут); 4. 16; 5. 32; 6. (проверить разрезание); 7. 25; 8. 8; 9. Гале – 15, Ане – 13, Боре – 8, Вере – 5 лет; 10. $13*52=676$; 11. 6; 12. Боря; 13. (проверить разрезание); 14. 60; 15. 3; 16. 63.

7 класс

(1. Исход) Найдите двузначное число, которое в 2 раза больше суммы своих цифр

(2. Исход) В подъезде на первом этаже 2 квартиры, а на всех остальных этажах по 4 квартиры. На каком этаже находится квартира с номером 45?

(3. Исход) На двух полках стояло 72 книги. Когда с первой полки переставили на вторую 14 книг, то книг на полках стало поровну. Сколько книг стояло первоначально на первой полке?

(4. Исход) У двух рыбаков спросили: «Сколько рыбы в ваших корзинах?» – «В моей корзине половина числа рыб, находящихся в корзине у второго, да еще 10», – ответил первый. «А у меня в корзине столько рыб, сколько у него, да еще 20», сказал второй. Сколько же у них вместе рыб?

(5. Исход) Некоторое число умножили на его сумму цифр и получили число 2005. Найдите это число.

(6. Исход) Сколько двузначных чисел не содержат цифру 2?

(7. Исход) Банка, наполненная доверху молоком, весит 1470 гр. Когда Миша выпил четверть всего молока из банки, то она стала весить 1170 гр. А сколько весит банка без молока?

(8. Исход) Взяли произведение цифр двузначного числа и добавили к нему сумму его цифр. В результате получилось то же самое число. Одно из таких чисел – 29 ($2*9+2+9=29$). Найдите еще хотя бы пять чисел, обладающих таким свойством.

(9. Исход) В автобусе есть одноместные и двухместные сиденья. По дороге в школу Петя заметил, что кроме него в автобусе 12 пассажиров, а свободными оставались 9 сидений. По дороге обратно пассажиров вместе с Петей было только десять, а свободных сидений – 6. Сколько всего сидений в автобусе? Найдите все решения.

(10. Исход) Лайне, Майму, Юта, Белла, Елена и Элеонора живут в одном подъезде двадцатипятиэтажного здания. Возвращаясь из школы домой, Лайне проходит внутри здания 84 ступеньки, Майму – 126, Юта – 147, Белла – 189, Елена – 210, а Элеонора – 231 ступеньку. До квартиры на первом этаже ступенек нет. На каком этаже живет Белла

(11. Исход) На какое наибольшее число частей можно разрезать торт пятью прямолинейными разрезами?

(12. Исход) Белка налегке бежит со скоростью 300 м/мин, а с орехом – 150 м/мин. Как далеко расположен орешник от гнезда, если белка за 30 минут успевает добежать до него и вернуться обратно с орехом?

(13. Исход) Одно из следующих утверждений об этом числе неверно, а три верные: 1) оно двузначное; 2) оно простое; 3) оно является полным квадратом; 4) оно делится на 5. Найдите это число. (Число A является полным квадратом, если его можно записать так: $A=B^2$).

(14. Исход) Число разделили на 5 и в частном получили 6 и остаток на 4 меньше частного. Какое число делили на 5?

(15. Исход) Кенгуру-мама прыгает за 1 секунду на 3 метра, а ее маленький сынишка прыгает на 1 метр за 0,5 секунды. Они одновременно стартовали от скамейки перед их домиком и двигаются к эвкалиптовому дереву по прямой. Расстояние от скамейки до дерева равно 180 м. Сколько времени мама будет ждать сына под деревом?

(16. Исход) Сколько потребуется цифр для нумерации 2006 спортсменов на старте, начиная с первого?

(17. Исход) В семье 12 детей. Мама принесла для них 70 яблок. Половину всех яблок она раздала дочерям поровну, остальные раздала сыновьям, которые разделили их между собой также поровну. Каждый мальчик получил на 2 яблока больше, чем каждая девочка. Сколько у этой мамы дочерей?

(18. Исход) Из числа 100...0 (25 нулей) вычли число 25. Чему равна сумма цифр полученной разности?

(19. Исход) В театральном зале 26 рядов по 24 места в каждом. Все места пронумерованы, начиная с 1 ряда. В каком ряду находится место с номером 245?

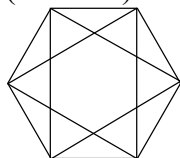
(20. Исход) Вася выписал на доску все натуральные числа от 1 до 100. Коля вычеркнул все числа, в которых есть цифра 1. После него пришел Петя и вычеркнул все числа, в которых есть цифра 2. Сколько чисел осталось на доске?

(1. Зачёт) Баба Яга меняет летающие ступы на шишки. Илья Муромец и Алеша Попович решили купить по ступе и собрали шишки (хотя бы одна шишка у каждого была). Но оказалось, что Илье Муромцу не хватает 24 шишек, а Алеше – 2 шишек. Когда они сложили свои шишки вместе, то оказалось, что им шишек все равно не хватает даже на 1 ступу. Сколько шишек стоит одна летающая ступа?

(2. Зачёт) Художник начал писать картину в последнюю пятницу февраля, а закончил в первую среду марта. Сколько дней работал художник?

(3. Зачёт) На двух кустах сидело 25 воробьев. После того, как с первого куста перелетело на второй 5, а со второго улетело 7 воробьев, то на первом кусте осталось вдвое больше воробьев, чем на втором. Сколько воробьев было на первом кусте первоначально?

(4. Зачёт) Сосчитайте, сколько треугольников на рисунке:



(5. Зачёт) Пять первоклассников стояли в шеренгу и держали 37 флажков. У детей, стоящих справа от Таты – 14 флажков, справа от Яши – 32, справа от Веры – 20, справа от Максима – 8. Сколько флажков у Даши?

(6. Зачёт) Греческие кошки Альфа, Бета, Гамма и Дельта охотились на мышей. Бета и Дельта вместе поймали столько же мышей, сколько Гамма и Альфа вместе, но Альфа

поймала больше, чем Гамма, а Альфа и Дельта вместе поймали меньше, чем Бета и Гамма. Сколько мышей поймала Гамма, если Бета поймала трех?

(7. Зачёт) Из книги выпала какая-то ее часть. Первая страница выпавшего куска имела номер 387, а номер последней страницы записан теми же цифрами, но в другом порядке. Сколько листов выпало из книги?

(8. Зачёт) Найдите наименьшее натуральное число, вычеркиванием цифр из записи которого можно получить запись любого натурального числа от 1 до 31.

(9. Зачёт) По контракту работник должен был получать 100 рублей в день. За прогул из заработка вычитали 25 рублей. Через 30 дней выяснилось, что работник ничего не заработал. Сколько дней он работал?

(10. Зачёт) Какое наибольшее число сторон может иметь многоугольник, являющийся пересечением четырехугольника и треугольника?

(11. Зачёт) На уроке физкультуры весь класс выстроился в шеренгу. Сначала учитель велел рассчитаться на «первый, второй, третий», и каждый третий сделал шаг вперед. По второй команде каждый пятый из оставшихся сделал шаг назад. После этого в строю осталось 16 человек. Сколько учеников было в классе?

(12. Зачёт) В парке живут воробьи, синицы, голуби и вороны – всего 10 000 птиц. Воробьев в 10 раз больше, чем ворон; голубей на 400 больше, чем ворон; синиц на 1400 меньше, чем воробьев. Сколько синиц в парке?

(13. Зачёт) Овчарка погналась за лисой, когда между ними было расстояние 99 метров. Скачок лисы 1,1 м, скачок овчарки 2,2 м. Когда овчарка делает 19 скачков, лиса делает 29 скачков. Сколько метров проскачет лиса, когда овчарка ее догонит?

(14. Зачёт) Две команды разыгрывали первенство школы по 10 видам. За победу команда получала по 4 очка, за ничью – 2 очка, за проигрыш – 1 очко. Вместе команды набрали 46 очков. Сколько было ничьих?

(15. Зачёт) Когда до полного числа десятков не хватило 2 яиц, их пересчитали дюжинами. Осталось 8 яиц. Сколько было яиц, если их было больше 300, но меньше 400?

(16. Зачёт) Четыре девочки – Катя, Лена, Маша и Нина – участвовали в концерте. Они пели песни. Каждую песню исполняли три девочки. Катя спела 8 песен – больше, чем каждая из остальных, а Лена – 5 песен – меньше, чем каждая из остальных девочек. Сколько песен было спето?

Ответы

Исходные задачи:

1. 18; 2. 12; 3. 50; 4. 100; 5. 401; 6. 72; 7. 270 г; 8. Любые 5 чисел, оканчивающихся на 9; 9. 16; 10. 10; 11. 16; 12. 3 км = 3000 м; 13. 25; 14. 32; 15. 30 сек; 16. 6917; 17. 7; 18. 219; 19. 11; 20. 63

Зачетные задачи:

1. 25; 2. 6 или 13 (зачет, если найдены все решения); 3. 17; 4. 32; 5. 8; 6. 1; 7. 176; 8. 122301456789; 9. 6; 10. 8; 11. 28, 29, 30; 12. 3600; 13. 319; 14. 4; 15. 308, 368; 16. 9

Задания непрерывного конкурса решения задач

7 класс

1. Кассир продал все билеты в первый ряд кинотеатра, причем по ошибке на одно из мест было продано два билета. Сумма номеров мест на всех этих билетах равна 857. На какое место продано два билета? (6)

2. Каждый из трёх приятелей либо всегда говорит правду, либо всегда лжёт. Им был задан вопрос: «Есть ли хотя бы один лжец среди двух остальных?» Первый ответил: «Нет», второй ответил: «Да». Что ответил третий? (5)

3. По кругу стоят восемь козлов разного роста. Любой из них умеет перепрыгивать через двух соседних козлов против часовой стрелки. Докажите, что при любом начальном расположении козлов они смогут встать по росту. (7)

4. На клетчатой бумаге нарисован квадрат. Известно, что его можно разрезать на прямоугольники размером 1×6 клеток. Докажите, что этот квадрат можно также разрезать на уголки из трёх клеток. (5)

5. Двое играют в крестики-нолики на бесконечном листе клетчатой бумаги. Побеждает тот, кто первым сумеет поставить пять одинаковых значков подряд (по горизонтали или вертикали). Докажите, что второй может играть так, чтобы не проиграть. (8)

6. Можно ли так расположить на плоскости четыре прямоугольника, чтобы ни одна вершина не была общей для всех прямоугольников, но у любых двух прямоугольников была одна общая вершина? (Прямоугольники могут пересекаться.) (7)

7. Вася и Митя играют в «морской бой» на поле размером 8×8 по следующим правилам. Митя расставляет 16 одноклеточных кораблей так, чтобы они не соприкасались (даже углами). Каждым ходом Вася называет одну из клеток поля и, если на этой клетке стоит корабль, то корабль считается уничтоженным. Докажите, что независимо от расстановки кораблей Вася за 4 хода сможет уничтожить хотя бы один корабль. (5)

8. Некоторые из чисел могут быть представлены в виде суммы, а некоторые – нет. (Например, число 1101 представимо, поскольку $1101 = 993 + 99 + 9$. А числа 220 и 1514 – не представимы). Сколько существует трехзначных чисел представимых в виде указанной суммы? (7)

9. Робинзон Крузо поручил Пятнице провести перепись собак, кошек, коз и попугаев. Пятница решил отмечать каждую собаку палочкой, кошку – палочкой и ноликом, козу – двумя ноликами. Сможет ли Пятница отметить каждого попугая какой-нибудь последовательностью из палочек и ноликов, чтобы по его отчету (Пятница пишет слева направо подряд без пробелов) Робинзон мог однозначно установить, сколько каких животных приняли участие в переписи? (10)

10. По шоссе со скоростью 60 км/ч едет колонна машин длиной 300 метров. Проезжая мимо поста ДПС, каждая машина сбрасывает скорость до 40 км/ч. Какова будет длина колонны, когда все машины проедут пост ДПС? (6)

11. Изобразите как можно больше квадратов так, чтобы каждые два имели ровно по две общие вершины. (7)

12. На шахматной доске изначально расставлены несколько ладей. Разрешается ставить на пустые клетки дополнительные ладьи, если каждая такая ладья угрожает не менее чем 2-м имеющимся на доске ладьям. Какое наименьшее количество ладей надо изначально расставить, чтобы по указанным правилам можно было заполнить ладьями всю доску. (6)

13. Одновременно были зажжены 2 свечи одинаковой длины: одна потолще, сгорающая за 4 часа, другая потоньше, сгорающая за 2 часа. Через некоторое время обе свечи были потушены. Оказалось, что огарок толстой свечи в 3 раза длиннее огарка тонкой свечи. Сколько времени горели свечи? (4)

14. Можно ли разрезать заданные треугольники на два треугольника так, что в каждом из них можно отметить по равной стороне, причем отмеченные стороны не лежат на одной прямой? (8)

15. У Ксюши было 80 рублей, а у Наташи 64 рубля. Каждая из девочек захотела купить как можно больше шоколадок «Аленка». Ксюша получила 8 рублей сдачи, а Наташа 10. Смогут ли девочки сложившись купить еще одну шоколадку? (4)

16. Грани кубика имеют такой же размер, как и клетки шахматной доски. Одна из граней – красная, а остальные синие. Кубик поставили на одну из клеток красной гранью вниз и покатали (перекатывая через ребро) по всей доске, пройдя каждую клетку по одному разу. В итоге кубик оказался на исходной клетке, красной гранью вниз. Найдите наибольшее возможное количество клеток, на которых кубик стоял красной гранью вниз. (10)

17. Среди 8 человек имеется один фальшивомонетчик. Каждый знает, кто фальшивомонетчик, но стесняется его назвать. Инспектор может выделить любую группу, среди этих 8 человек, состоящую более чем из 1 человека и задать вопрос: «Имеется ли среди вас фальшивомонетчик?» На этот вопрос все отвечают правду. За какое наименьшее количество вопросов Инспектор может гарантированно определить фальшивомонетчика. (9)

18. В равнобедренном треугольнике ABC угол B равен 120. На стороне AC отмечена точка M, делящая отрезок AC в отношении 1:2. Найти угол MBC. (6)

19. Даны числа a и b . Известно, что среди чисел $a+b$, $a-b$, ab и a/b три числа равны, а четвертое отлично от них. Найдите всевозможные значения a и b . (4)

20. Имеется 5 закрытых чемоданов и 5 ключей к ним. При этом неизвестно, к какому чемодану подходит какой ключ. Какое наименьшее число попыток надо сделать, чтобы наверняка определить какой ключ подходит к какому чемодану. (8)

21. Четыре черные коровы и три рыжие дают за 5 дней столько молока, сколько три черные коровы и три рыжих за 4 дня. У каких коров удои больше: у черных или у рыжих. (5)

22. Молодой рыбак положил в уху мало соли. Если бы он положил в уху соли вдвое больше, то досаливать пришлось бы вдвое меньше. Какую долю от нужного количества соли положил в уху рыбак. (3)

23. 2006 человек выстроены в шеренгу. Всегда ли можно расставить их по росту, если разрешается переставлять любых 2-х людей, стоящих только через одного. (4)

24. Можно ли используя каждую из 10 цифр по одному разу записать натуральное число и его квадрат? (6)

25. Из книги выпал кусок страниц, оказалось, что первая и последняя имеют трехзначные номера, состоящие из одних и тех же цифр: 1, 3 и 4, но в различном порядке. Сколько страниц выпало? (5)

26. Определите всевозможные годы жизни человека, жившего в прошлом (до 2006 года), если известно:

а) цифры года его рождения и годы смерти одинаковы;

б) сумма цифр года рождения равна 14;

в) цифра единиц года рождения в 4 раза больше цифры единиц года смерти. (6)

27. Биссектриса угла ABC образует с его стороной угол, который равен углу, смежному с углом ABC. Найти градусную меру угла ABC. (4)

28. Треугольник ABC равносторонний. Лучи AD, BE и CM попарно пересекаются внутри треугольника, причем углы BAD, CBE и ACM равны. Являются ли точки D, E и M вершинами равностороннего треугольника. (6)

29. В треугольнике ABC проведены медиана BM и высота CH. Найдите длину AC, если $MH=10$ см. (6)

30. Прямоугольник разбит параллельными его сторонам прямыми на 9 прямоугольников. Вася называет число прямоугольников, а Петя сообщает ему периметры данного числа маленьких прямоугольников (с указанием у какого прямоугольника какой периметр). Каким наименьшим числом может обойтись Вася, чтобы наверняка узнать периметр исходного прямоугольника. (5)

8 класс

1. В группе из 50 ребят некоторые знают все буквы, кроме "р", которую просто пропускают при письме, а остальные знают все буквы, кроме "к", которую тоже пропускают. Однажды учитель попросил 10 учеников написать слово "кот", 18 других учеников — слово "рот", а остальных — слово "крот". При этом слова "кот" и "рот" оказались написанными по 15 раз. Сколько ребят написали своё слово верно? (6)

2. Пол комнаты площадью 6 м² покрыт тремя коврами, площадь каждого из которых равна 3 м². Докажите, что какие-то два из этих ковров перекрываются по площади, не меньшей 1 м². (6)

3. Куб со стороной 20 разбит на 8000 единичных кубиков, и в каждом кубике записано число. Известно, что в каждом столбике из 20 кубиков, параллельном ребру куба, сумма чисел равна 1 (рассматриваются столбики всех трех направлений). В некотором кубике записано число 10. Через этот кубик проходит три слоя $1 \times 20 \times 20$, параллельных граням куба. Найдите сумму всех чисел вне этих слоев. (6)

4. Сколько существует целых чисел от 1 до 1 000 000, которые не являются ни полным квадратом, ни полным кубом, ни четвертой степенью? (4)

5. Можно ли разбить множество целых чисел на три подмножества так, чтобы для любого целого значения n числа n , $n - 50$, $n + 1987$ принадлежали трём разным подмножествам? (5)

6. Отрезок числовой оси от 0 до 1 покрашен в зеленый цвет. Затем его средняя часть — интервал $(1/3; 2/3)$ перекрашивается в красный цвет, потом средняя часть каждого из оставшихся зелеными отрезков тоже перекрашивается в красный цвет, с оставшимися зелеными отрезками продельвается та же операция и так до бесконечности. Точки, оставшиеся зелеными, образуют множество Кантора.

а) Найдите сумму длин красных интервалов. (8)

б) Докажите, что число $1/4$ останется окрашенным в зеленый цвет. (6)

7. 30 учеников одного класса решили побывать друг у друга в гостях. Известно, что ученик за вечер может сделать несколько посещений, и что в тот вечер, когда к нему кто-нибудь должен прийти, он сам никуда не уходит. Покажите, что для того, чтобы все побывали в гостях у всех,

а) четырёх вечеров недостаточно, (4)

б) пяти вечеров также недостаточно, (3)

в) а десяти вечеров достаточно, (3)

г) и даже семи вечеров тоже достаточно (4)

8. В прямоугольнике площади 1 расположено 5 фигур площади $1/2$ каждая.

а) Докажите, что найдутся две фигуры, площадь общей части которых не меньше $1/5$. (5)

б) Докажите, что найдутся три фигуры, площадь общей части которых не меньше $1/20$ (6)

9. В коридоре длиной 100 метров постелено 20 ковровых дорожек общей длины 1000 метров. Каково может быть наибольшее число незастеленных кусков (ширина дорожки равна ширине коридора)? (5)

10. 11 школьников занимаются в пяти кружках дома культуры. Докажите, что найдутся два школьника А и В такие, что все кружки, которые посещает А, посещает и В. (4)

11. Дан куб с ребром длины n см. В нашем распоряжении имеется длинный кусок изоляционной ленты шириной 1 см. Требуется обклеить куб лентой, при этом лента может свободно переходить через ребро на другую грань, по грани она должна идти по прямой параллельно ребру и не свисать с грани вбок. На сколько кусков необходимо разрезать ленту, чтобы обклеить куб? (8)

12. Вдоль стены круглой башни по часовой стрелке ходят два стражника, причём первый из них — вдвое быстрее второго. В этой стене, имеющей длину 1, проделаны бойницы. Система бойниц называется надёжной, если в каждый момент времени хотя бы один из стражников находится возле бойницы. Какую наименьшую длину может иметь бойница, если система, состоящая только из этой бойницы, надежна? (6)

13. В пруд пустили 30 щук, которые постепенно поедают друг друга. Щука считается сытой, если она съела не менее трех щук (сытых или голодных). Какое наибольшее число щук может насытиться? (6)

14. Юрий Викторович и Игорь Евгеньевич — фальшивомонетчики. Игорь Евгеньевич делает монеты тяжелее настоящих, а Юрий Викторович — легче. У восьмиклассника есть 15 одинаковых по внешнему виду монет, но какая-то одна — фальшивая. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь восьмиклассник может определить, кто сделал фальшивую монету — Игорь Евгеньевич или Юрий Викторович? (6)

15. На плоскости расположены 100 точек-овец и одна точка-волк. За один ход волк передвигается на расстояние не больше 1, после этого одна из овец передвигается на расстояние не больше 1, после этого снова ходит волк и т.д. При любом ли начальном расположении точек волк сможет поймать одну из овец? (8)

16. 100 чисел, среди которых есть положительные и отрицательные, выписаны в ряд. Подчеркнуто, во-первых, каждое положительное число, а во-вторых, каждое число, сумма которого со следующим положительна. Может ли сумма всех подчеркнутых чисел оказаться отрицательной? Равной нулю? (4)

17. Двое игроков по очереди выставляют на доску 65×65 по одной шашке. При этом ни в одной линии (горизонтали или вертикали) не должно быть больше двух шашек. Кто не может сделать ход - проиграл. Кто выигрывает при правильной игре? (7)

18. Шесть точек расположены на плоскости так, любые три из них служат вершинами треугольника со сторонами различной длины. Доказать, что наименьшая сторона одного из треугольников одновременно является наибольшей стороной другого треугольника. (6)

19. Правда ли, что в десятичной записи числа $2007!$ последняя ненулевая цифра равна 7? (4)

20. В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Описанные окружности треугольников ABC и A_1B_1C касаются. Доказать, что треугольник ABC равнобедренный. (6)

21. Куб со стороной n разбит на единичные кубики. Сколько найдется пар единичных кубиков, имеющих не более двух общих вершин? (7)

22. Бильярдный стол имеет форму прямоугольного треугольника. Из точки гипотенузы перпендикулярно ей выпустили шар, который ударился о два борта и вернулся на гипотенузу. Докажите, что длина такого пути не зависит от точки старта. (Шар отражается от бортов по закону "угол падения равен углу отражения".) (6)

23. Каждая клетка шахматной доски разрезана по одной из её диагоналей. На какое наименьшее число частей может оказаться разделённой доска этими разрезами? (7)

24. Докажите, что при любом натуральном $n > 4$ можно разбить все натуральные числа от 1 до n на две группы так, чтобы сумма всех чисел одной группы равнялась произведению всех чисел другой. (5)

25. В окружность вписан четырёхугольник $ABCD$. Прямые AB и CD пересекаются в точке E , прямые AD и BC — в точке F . Биссектриса угла AEC пересекает сторону BC в точке M и сторону AD в точке N , а биссектриса угла BFD пересекает сторону AB в точке P и сторону CD в точке Q . Доказать, что четырёхугольник $MPNQ$ — ромб. (5)

26. На выборах баллотировались два кандидата: Елкин и Палкин. Каждый избиратель был либо рыцарем, либо лжецом. (Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут.) После выборов всем избирателям было задано два вопроса: "За кого вы голосовали?" и "Кто победил?". Большинство заявило, что проголосовало за Елкина. На второй вопрос большинство ответило "Палкин". Можно ли утверждать, что лжецы составляют большинство? (6)

27. При записи цифр четырехзначного числа в обратном порядке получается другое четырехзначное число, произведение которого с исходным делится на 1000. Найдите все такие четырехзначные числа. Напомним, что четырехзначное число не может начинаться с нуля. (4)

28. На турнир приехали 100 человек. Известно, что среди любых 50 из них есть человек, знакомый с остальными 49. Докажите, что можно найти 52 человека, любые два из которых знакомы между собой. (7)

29. Грани игрального кубика занумерованы числами от 1 до 6 так, что сумма чисел на любых двух противоположных гранях равна 7. Из 117 таких кубиков выложен куб $5 \times 5 \times 5$ с удаленными угловыми кубиками. Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел, написанных на поверхности получившейся фигуры? (6)

30. У семи натуральных чисел посчитали всевозможные попарные произведения. Докажите, что какие-то два из этих произведений дают одинаковые остатки при делении на 25. (7)

31. Сколько существует таких пар положительных чисел x, y , что $x+y = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, причем x — натуральное число, не превосходящее 2006? (5)

32. Некоторые из городов страны соединены дорогами; из каждого города выходит не более трех дорог. Докажите, что все города можно разбить на две группы так, чтобы не более трети дорог соединяли города из одной группы. (10)

33. Точки плоскости покрашены в два цвета. Докажите, что найдется прямоугольный треугольник с катетом 1 и гипотенузой 2, все вершины которого покрашены в один цвет. (9)

34. Для некоторого x разность любых двух из чисел x^3, x^4 и x^5 — целое число. Докажите, что x — целое число. (9)

35. На острове живут рыцари, которые говорят только правду, лжецы, которые всегда лгут, и нормальные люди, которые могут время от времени и говорить правду, и лгать. В компании из трех человек были произнесены следующие высказывания: «Среди моих соседей 0 лжецов»; «Среди моих соседей 1 лжец»; «Среди моих соседей 2 лжеца». Через час в той же компании прозвучали те же три фразы, но каждую фразу произнес не тот человек, что в первый раз. Сколько лжецов могло находиться в этой компании? (7)

Задания письменной личной математической олимпиады

5 класс

1. Вычислить:

2. Для нумерации страниц в книге для детей потребовалось 204 цифры. Сколько страниц в книге, если нумерация книги начинается с первой страницы?

3. Папа купил на праздник своим детям коробку конфет. Федя взял половину конфет и еще половину одной конфеты. После этого Аня взяла половину остатка и еще полконфеты. Коля взял половину нового остатка и еще полконфеты. Последней пришла Маша, которая взяла половину оставшихся конфет и еще полконфеты. После этого в коробке осталась одна конфета. Сколько конфет было в коробке?

4. В клетчатом квадрате размером 5x5 вырезали центральную клетку. Разрежьте оставшуюся фигуру на 4 равные части (по форме и количеству клеток, резать можно только по сторонам клеток.) Найдите как можно больше различных способов разрезания. (Способы считаются разными, если получаются части разного вида при разрезании каждым способом).

5. В круг встало несколько индейцев и бледнолицых. Индейцы говорят правду индейцам и лгут бледнолицым, а бледнолицые говорят правду бледнолицым и лгут индейцам. Каждый сказал своему соседу справа: «Ты бледнолицый» или: «Ты индеец». Известно, что этих фраз оказалось поровну. Докажите, что индейцев и бледнолицых одинаковое количество.

6 класс

1. Разрежьте клетчатый квадрат 4×4 на 4 равные части (по форме и по количеству клеток, резать можно только по сторонам клеток). Найдите как можно больше различных способов разрезания. (Способы считаются разными, если получаются части разного вида при разрезании каждым способом).

2. В записанном на доске примере на сложение цифры заменили буквами (разные цифры – разными буквами, одинаковые числа – одинаковыми буквами), в результате чего получили следующее: АББВ + АББВ = ВББС. Какой пример был записан на доске? (Найдите все возможные решения)

3. В пакете 9 кг крупы. Как при помощи чашечных весов и одной 200-граммовой гири отвесить 2 кг крупы, если разрешается сделать только три взвешивания?

4. Лиса и два медвежонка делят 100 конфет. Лиса раскладывает конфеты на 3 кучки: кому какая достанется определяет жребий. Лиса знает, что если медвежатам достанется разное количество конфет, то они попросят её уравнивать их кучки, и тогда она заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им конфеты. Придумайте, как лисе разложить конфеты по кучкам, чтобы съесть ровно 80 конфет.

5. В марте 1532 года скупой рыцарь каждый день спускался в свой подвал и добавлял в (почти уже полный) сундук от 1 до 10 монет. После этого он каждый раз подсчитывал монеты и оказывалось, что число монет в сундуке делится без остатка либо на 22, либо на 25 (но не на оба этих числа сразу). Докажите, что рыцарь потерял счет своим сокровищам.

7 класс

1. Можно ли расставить числа от 1 до 7 по кругу так чтобы любое из них делилось на разность своих соседей.

2. Таракан Валентин объявил, что умеет бегать со скоростью 50 м/мин. Ему не поверили и правильно сделали: на самом деле Валентин всё перепутал и думал, что в метре

60 сантиметров, а в минуте 100 секунд. С какой скоростью (в нормальных м/мин) бегают таракан Валентин?

3. В конференции принимали участие 13 учёных. После конференции каждый из них отправил 4 или 2 письма участникам этой конференции. Может ли случиться что каждый из них получил 3 письма.

4. Управдом Остап Бендер собирал с жильцов деньги на установку новых квартирных номеров. Адам Козлевич из 105-й квартиры поинтересовался, почему у них во втором подъезде надо собрать денег на 40\% больше, чем первом, хотя квартир там и тут поровну. Не растерявшись, Остап объяснил, что двузначные номера стоят вдвое, а трёхзначные втрое больше чем однозначные. Сколько квартир в подъезде?

5. На сколько нулей оканчивается число $1*2*3*...*2005/2006$?

8 класс

1. Петя окрасил все стороны картонного треугольника, а потом разрезал его по линиям, параллельным сторонам, на несколько одинаковых треугольников. Среди получившихся треугольников оказалось 18 таких, у которых хотя бы одна сторона окрашена. Сколько получилось треугольников, у которых все стороны не окрашены?

2. Натуральное число n таково, что существуют два натуральных числа, не делящихся на n , сумма, разность и произведение которых делятся на n . Докажите, что n делится на 4.

3. На сторонах AB и BC квадрата $ABCD$ взяты точки E и F соответственно так, что $AE = FC$. Точка H - проекция точки B на CE . Докажите, что прямая FH перпендикулярна HD .

4. Существует ли 333-значный точный квадрат, средние три цифры которого в точности 333 (то есть слева и справа от группы 333 цифр поровну)?

5. Каждые два из 21 города соединены прямым рейсом одной из четырёх авиакомпаний. Докажите, что существует замкнутый маршрут из четырех рейсов одной авиакомпании.

Задания устной математической олимпиады

5 класс

1. Расставьте по кругу числа 14, 27, 36, 57, 178, 467, 590, 2345 так, чтобы любые два соседних числа имели общую цифру.

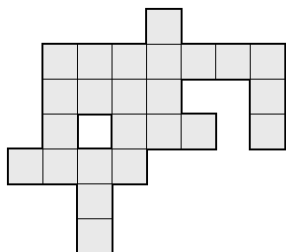
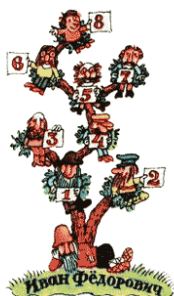
2. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке внизу справа, на две равные части. (Части должны быть одинаковы не только по площади, но и по форме.)

3. На рисунке внизу слева изображено родословное дерево одной семьи, родоначальником которой был Иван Фёдорович. Вот все его потомки: Иван Петрович, Иван Сергеевич, Василий Иванович, Василий Петрович, Сергей Николаевич, Николай Иванович, Илья Николаевич, Пётр Иванович. Установите, как звали каждого из потомков Ивана Фёдоровича, изображённых на рисунке.

4. Из пятерых детей некоторые всегда говорят правду, а остальные всегда лгут. Серёжа сказал Никите, а потом Вите: «Ты правдивый парень». После этого он сказал Саше, а затем Паше: «Ты лгун!» Кем (правдивым или лгуном) назвал бы остальных детей Паша? Обоснуйте свой ответ.

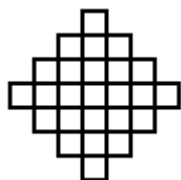
5. Программист Костя написал натуральное число от 1 до 9, умножил его на 6, затем от получившегося числа оставил только последнюю цифру. Её он разделил на 2 и прибавил к результату 6. Получившееся число Костя умножил на пять и затем отнял 3. После этого он у результата стёр все цифры кроме последней. Какое наибольшее число могло получиться в результате? Обоснуйте свой ответ.

6. У фокусника есть 10 карточек. Он готовит следующий фокус. Зритель называет число от 30 до 60, а фокусник показывает три карточки, сумма чисел на которых равна числу, названному зрителем. Помогите фокуснику – приведите числа, которые фокусник может написать на карточках, чтобы фокус удался.



6 класс

1. На клетчатом листе бумаги нарисован квадрат 5 на 5 клеточек. Покажите, как его разрезать на 4 части так, чтобы из них можно было сложить фигурку, изображённую на рисунке:



2. Выпишите семь натуральных чисел в ряд так, чтобы соседние числа отличались на единицу, а сумма всех чисел равнялась 35.

3. Можно ли в клетки квадрата 3×3 вписать буквы А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И так, чтобы среди шести буквосочетаний, написанных в столбцах и строках (соответственно слева направо и сверху вниз), были такие: ГДБ, ЕЗИ, АЖВ, ДВЗ? Обоснуйте свой ответ.

4. Два лыжника шли друг за другом с одинаковой скоростью 12 км/ч. Начался трудный участок, на котором скорость упала до 8 км/ч. Когда оба лыжника вошли на этот участок,

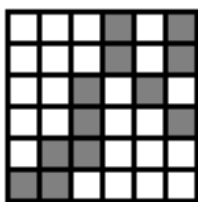
расстояние между ними оказалось на 300 м меньше первоначального. Какое расстояние между лыжниками было вначале?

5. Винни-Пух, Пятачок и Сова решили подарить на день рождения Иа-Иа много воздушных шариков. Договорились, что Винни-Пух принесёт шариков в два раза меньше, чем Сова с Пятачком вместе; и что Сова принесет в три раза больше шариков, чем Пятачок. В итоге Иа-Иа подарили 20 шариков. Докажите, что не менее 4 шариков лопнуло по дороге.

6. Шестеро детей, среди которых есть идеально правдивые, а остальные – неисправимые лжецы, как-то высказали свои мнения друг о друге (каждый – о пяти других). Оказалось, что фраз «Ты правдив» всё же больше, чем фраз «Ты лжец». Сколько среди них правдивых? Приведите все варианты и объясните, почему других нет.

7 класс

1. Разделите квадрат размером 6×6 клеток, изображенный на рисунке, на четыре одинаковые части так, чтобы каждая из них содержала три закрашенные клетки. Резать можно только по линиям сетки.



2. В равенстве $** + *** = ****$ все цифры заменены звездочками. Восстановите равенство, если известно, что каждое из трёх чисел не меняется при перестановке его цифр в обратном порядке. Приведите все возможные варианты.

3. У соседей Иванова и Петрова было в совокупности 50 домашних животных: кошек и мышей. После того, как каждая кошка Иванова съела по мышке Петрова, а каждая кошка Петрова скушала по мышке Иванова, мышей у обоих хозяев вместе осталось 10. При этом у Иванова поголовье животных уменьшилось вдвое, а у Петрова осталось две трети. Сколько каких животных было у каждого?

4. Встретились как-то шестеро Иных: четверо Светлых, которые всегда говорят правду, и двое Темных, которые всегда врут. Каждый из них, указав на кого-то другого, сказал, что тот Темный. Покажите, что после этого правдивый Инквизитор сможет определить хотя бы одного Темного.

5. Андраш и Бэла играют в следующую игру. Они по очереди берут камни из кучи, не меньше 1 и не больше 7 каждый раз. Не разрешается брать столько же камней, сколько взял другой игрок на предыдущем ходе. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. В начале игры в куче было 14 камней. Первым ходит Андраш. Сколько камней он должен взять, делая первый ход, если он хочет наверняка выиграть игру?

6. На шахматной доске стоит 16 ладей. При этом они бьют все белые клетки. Докажите, что можно так убрать 8 ладей, чтобы оставшиеся по-прежнему били все белые клетки. (Ладья бьет все клетки, находящиеся с ней на одной вертикали или горизонтали.)

Задания математического боя

6-7 класс

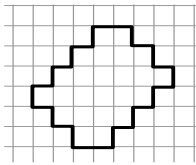
1. В кино 15 рядов по 13 мест. Сколько билетов должен купить Вася, чтобы быть уверенным, что среди них будут два билета на соседние места в одном ряду?
2. У царя Гороха было 12 сыновей. Известно, что каждый из его потомков либо имел двух сыновей, либо умер бездетным. Всего у царя Гороха было 100 потомков. Сколько среди них умерли бездетными?
3. На плоскости нарисованы 30 отрезков. Никакие два из них не имеют общих точек и не лежат на одной прямой. Может ли быть так, чтобы для каждого отрезка выполнялось следующее условие: прямая, содержащая этот отрезок, пересекает (во внутренних точках) ровно 15 других отрезков?
4. По окружности расставлены 100 целых чисел, их сумма равна 1. Группу подряд стоящих чисел (в ней может быть от 1 до 100 чисел) назовем положительной, если их сумма положительна. Найдите число положительных групп.
5. Охотник вышел из А и пришел в Б, двигаясь по кривой. Через некоторое время из А выбежала собака, которая в каждый момент времени бежала в направлении охотника и также прибежала в Б. Докажите, что длина пути собаки не больше длины пути охотника. (Можно считать, что охотник и собака движутся по очереди.)
6. Петя записывает на доске произвольное натуральное число, Таня утверждает, что она всегда сможет приписать к нему справа несколько цифр так, чтобы оно делилось на 2006. Права ли Таня?
7. Часы с круглым циферблатом показывают 9 часов. Лёша повернул циферблат (не меняя положения стрелок), и получилось 12 часов с минутами, причем положения часовой и минутной стрелок согласованы (часовая стрелка указывает на ту долю часа, что показывает минутная). Какое время показывают часы? (Требуется дать точный ответ в долях часа.)
8. На доске написано 100 чисел: одна единица и 99 нулей. За один шаг разрешается уравнивать любые два числа, заменив каждое из них на их полусумму. Мы хотим, чтобы все числа стали равными. Возможно ли такое?

8 класс

1. Найдите наименьшее значение выражения $\frac{y}{x}$, если известно, что $x^2 - 10x + y^2 - 2y + 1 = 0$.
2. Докажите, что если какая-нибудь пара значений переменных x и y удовлетворяет уравнениям $x^2 - 3xy + 2y^2 + x - y = 0$ и $x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 7y = 0$, то эта же пара удовлетворяет уравнению $xy - 12x + 15y = 0$.
3. Решите в простых числах $p^2 + r^2 = s^2 + q^2 + t^2$.
4. Квадрат натурального числа содержит несколько единиц и одну двойку. Докажите, что он делится на 11.
5. AD и CE - биссектрисы неравнобедренного треугольника ABC, в котором сторона AC - наибольшая. Докажите, что $AE + CD < AC$.
6. Неотрицательные числа a, b, c удовлетворяют условию $a + b + c = 1$. Докажите, что $a^2 + b^2 + c^2 \geq 4(ab + bc + ca) - 1$.
7. Внутри угла с вершиной O дана точка A. На сторонах угла всевозможными способами выбираются точки X и Y таким образом, что угол AXO равен углу AYO (при этом больше 90°). Докажите, что середины всех отрезков XY лежат на одной прямой.
8. Существует ли такой невырожденный треугольник T, что при любой раскраске всех точек плоскости в два цвета найдется треугольник, равный T, с одноцветными вершинами?

Задания математической абакки

6-7 класс

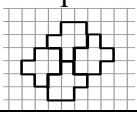
	Числа	Геометрия	Комбинаторика
10	Найдите сумму цифр числа 102009–2009	Разрежьте фигуру на рис. на 4 равные части по линиям сетки так, чтобы при этом не возникло ни одного сквозного прямолинейного разреза. 	Сколькими способами прямоугольник 3×5 можно разрезать на прямоугольники 1×3?
20	Если от трехзначного числа отнять 7, оно разделится на 7; если отнять 8, оно разделится на 8; если отнять 9 - оно разделится на 9. Найдите это число.	Разрежьте квадрат 1×1 на 7 прямоугольников периметра 2.	Сколько решений имеет ребус $K \times I \times (P + O + B) = 33$, если разным буквам соответствуют разные цифры, а одинаковым - одинаковые.
30	Если от двузначного числа отнять 3, оно разделится на 4; если отнять 4, оно разделится на 5; если отнять 5 - оно разделится на 3. Найдите это число.	Из маленьких одинаковых кубиков сложили большой куб 5×5×5, а затем вынули все угловые кубики и все кубики из центров ребер. Найдите отношение площади поверхности большого куба и получившейся в результате вынимания кубиков тела.	Какое наибольшее число очков могла набрать команда в игре «Математическая Абака», не получившая ни одной премии? (командам выдано 6 тем по 6 задач).
40	Используя все натуральные числа от 1 до 9 ровно по одному разу, скобки и знаки арифметических действий +, -, ×, /, получите 2009. Приписывать цифры друг к другу нельзя.	На клетчатой бумаге отмечены четыре узла сетки, образующие квадрат 4×4. Вася отметил ещё два узла и соедините их замкнутой ломаной так, чтобы получился шестиугольник (не обязательно выпуклый) наименьшей возможной площади. Чему равна эта площадь?	Иван Ильич купил четыре игрушки: самолёт, корабль, грузовик и подъёмный кран, чтобы подарить их трём своим внукам: Пете, Мише и Коле. Он хочет раздать все четыре игрушки и не хочет, чтобы кто-то из внуков остался без игрушки. Каким числом способов он может раздать игрушки?
50	Известно, что остаток от деления некоторого простого числа на 60 равен составному числу. Какому?	На плоскости проведено пять прямых, которые делят плоскость на несколько кусков, конечных и бесконечных. Сколько бесконечных кусков может оказаться?	На каждой кости супердомино написаны два различных натуральных числа от 1 до 40. Кости можно прикладывать друг к другу одинаковыми числами. Какую наибольшую длину (т.е. количество костяшек) может иметь цепь, выложенная из костей супердомино по правилам?

60	В выражении МАТЕМ + АТИКА каждая буква обозначает цифру, причем разные буквы обозначают разные цифры. Найдите максимально возможное значение этой суммы.	Веревку согнули в три раза, потом снова в три раза, после чего сделали разрез (не совпадающий с линиями сгибов). Веревка распалась на куски, длины двух из которых оказались равны 2 см и 6 см. Найдите возможную длину веревки.	На доске 100×100 расставлены числа 1, 2 и 3 так, что в каждом прямоугольнике 1×3 встречаются все три числа, а в углах стоят единицы. Если эту доску раскрасить в шахматном порядке, то сколько белых клеток будут единицами?
-----------	--	--	--

	Текстовые	Логика	Шахматные
10	Чему равно наименьшее возможное значение числа КИРОВ, если известно, что оно делится на 2009?	Два рыцаря и несколько лжецов встали в круг так, чтобы каждый из них мог произнести фразу «Оба моих соседа - лжецы». Сколько могло быть лжецов? Укажите все варианты.	Каким наименьшим числом слонов можно побить все клетки шахматной доски?
20	Грузовик едет со скоростью 55 км/ч, а за ним едет легковушка со скоростью 70 км/ч. На каком расстоянии друг от друга эти машины будут через две минуты после того, как легковушка догонит грузовик?	На вопрос «Сколько команд участвуют в Уральском турнире?», один член жюри ответил «Не больше сорока двух», другой – «не больше сорока трех», третий – «не больше сорока одной». Правы оказались двое из них. Сколько же команд участвуют в турнире?	Какое наибольшее число разных прямоугольников можно без наложений поместить на шахматную доску? Каждый прямоугольник должен занимать целое число клеток.
30	Над озёрами летела стая гусей. На каждом озере садилась треть всех гусей, а остальные летели дальше. После шести озер в полете осталось меньше сотни гусей. Сколько гусей было вначале?	В ряд стоят три бога - Бог Правды, Бог Лжи и Бог Дипломатии. Бог правды говорит только правду, Бог лжи всегда лжет, а Бог Дипломатии может как солгать, так и сказать правду. Первого спрашивают: "Кто стоит рядом с тобой?" Он отвечает: "Бог Правды". Второго спрашивают: "Кто ты?" - "Бог Дипломатии". Третьему задают вопрос: "Кто рядом с тобой?" - "Бог Лжи". Кто стоит посередине?	Сколькими способами на доске 5×5 можно расположить 5 ферзей, чтобы они не били друг друга? Способы, отличающиеся поворотами и симметрией, считаются различными.
40	Фермер посадил 233 индейки в 6 клеток, расположенных вдоль аллеи. Известно, что в одной из крайних клеток больше всего птиц, в другой - меньше всего, причем разница составляет 13 птиц. В клетке 3 на 6 птиц больше, чем в клетке 2. В клетке 5 на 2 птицы меньше, чем в клетке 1. В клетке 4 тридцать пять птиц, на три больше, чем в той клетке, где их меньше всего. Сколько птиц во второй клетке?	На острове живут рыцари, лжецы и реалисты. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут, а реалисты лгут и говорят правду через раз, причем неизвестно, с правдивого или ложного ответа начинают реалисты. Однажды репортер спросил у двух жителей А и Б этого острова, из каких они племен. Они ответили следующее: А: «Б – рыцарь. Извините, Б – реалист». Б: «А – лжец. Извините, А – ...». К сожалению, последнее слово, репортер не расслышал. Что это было за слово?	Какое наибольшее количество доминошек, занимающих две клетки, можно положить на шахматную доску, чтобы для любых двух доминошек конь мог сделать ход с какой-то клетки первой на какую-то клетку второй?

	Текстовые	Логика	Шахматные
50	В пяти коробках лежат финики. Известно, что в С лежит треть фиников коробки Е, а в В - вдвое больше, чем в С и Е вместе взятых. В коробке А вдвое меньше фиников, чем в Е, и на 10 меньше, чем в D. В коробке В вчетверо больше фиников, чем в D. Сколько всего фиников во всех коробках?	На острове, где живут только всегда правдивые рыцари и всегда лгущие лжецы, в теледебатах участвовали 9 кандидатов с номерами от 1 до 9. Каждый кандидат заявил "Кандидат, чей номер равен последней цифре квадрата моего номера - рыцарь". Впоследствии выяснилось, что не все кандидаты были лжецами, но и рыцарей среди них было не более трех. Кто из них лжец, а кто – рыцарь?	Какое наибольшее число фигур – коней и королей, не бьющих друг друга, можно поставить на шахматную доску?
60	На окружности отмечены две диаметрально противоположные точки, в которых поставлено по единице. Дальше продлевается 100 раз подряд следующая операция: отмечаются все середины дуг с концами в уже отмеченных точках, и в них ставится сумма чисел, стоящих на концах данной дуги. Какова будет сумма всех чисел на окружности после всех операций?	На вопрос: «Сколько вам лет?» марсианки переглянулись. Одна из них улыбнулась и сказала: «Ми недавно исполнилось 22 месяца, а вот Ме постарше, ей 21 миллион лет». Вторая тоже улыбнулась: «На самом деле Ми – 21 миллион лет, а вот Мо всего 19 тысяч лет». И здесь рассмеялась третья: «Мо в действительности всего 18 недель, 21 миллион лет на самом деле Ма». А четвертая честно сообщила, что ровесниц среди них нет, и в каждом ответе одно высказывание верно, а другое – нет. Определите возраст каждой.	Сколько ладей может стоять на шахматной доске, если каждая бьет одинаковое число ладей?

Ответы

	Числа	Геометрия	Комбина торика	Текст	Логика	Шахматная
10	1	См. рис. 	4	12054	2, 3, 4	8
20	504	См. рис. - могут быть разные ответы	12	500 м	42	12
30	49	5/9	1050	729	Бог лжи	32
40	$7 \cdot (2+5) \cdot (1 \cdot (3+4) \cdot 6+8-9)$ или $7 \cdot (8-1) \cdot (2 \cdot 5+3 \cdot 6+4+9)$ Могут быть другие ответы, проверьте!	6	36	36	реалист	6
50	49	От 6 до 10	761	310	5	От 0 до 8, 10, 12, 14, 16
60	187407	36, 45, 63, 72	1666 или 1667	2·3100	Ми -22, Мо – 19, Ма – 21, Ме – 18	От 4 до 16

8 класс

	10	20	30
Числа	Сколько существует семизначных чисел, которые оканчиваются на 388 и делятся на 388?	Найдите наибольшее число, обладающее таким свойством: его наибольший четный делитель ровно в 16 раз больше его наименьшего четного делителя.	Простые числа p и q таковы, что $3p+5q = 511$. Найдите эти числа. Укажите все возможные варианты.
Алгебра	Решите уравнение $\begin{array}{r} x-5 \\ x-5 \end{array} + 5 = 5$	Известно, что b – среднее арифметическое чисел a и c , причем $a-c = 6$. Чему может быть равно выражение $ab+bc-ac-b^2$?	Известно, что для некоторых действительных чисел a и b верно $a+b=1$. Найдите, чему может быть равно значение выражения a^3+b^3+3ab .
Геометрия	Из куска проволоки согнули прямоугольник, у которого длина вдвое больше ширины. Затем разогнули проволоку и согнули из нее другой прямоугольник с длиной на 10% больше, чем раньше. На сколько процентов уменьшилась его ширина?	В треугольнике ABC сторона AC – наибольшая, а угол A больше угла C на 30° . В каких пределах может изменяться угол B ?	Через вершины A и C треугольника ABC проведены прямые, перпендикулярные биссектрисе угла ABC . Они пересекают прямые CB и BA в точках K и M соответственно. Найдите длину AB , если $BM = 8$ см, $KC = 1$ см и $AB > BC$.

	10	20	30
Текстовые	Отец старше сына в 3 раза, а дочь старше сына на 3 года. Через 11 лет суммарный возраст дочери и сына будет равен возрасту отца. Сколько лет сыну?	По дороге едут автомобили: на запад с равными между собой скоростями Москвич и Жигули, а на восток с равными между собой скоростями — Мерседес и БМВ. Москвич встретился с БМВ в 11.00, Жигули с БМВ — в 14.00, Москвич с Мерседесом — в 13.00. Когда Жигули встретились с Мерседесом?	В одной из двух банок литр воды, другая пуста. Из первой банки во вторую переливают половину имеющейся там воды, затем из второй в первую — треть имеющейся там воды, потом из первой во вторую — четверть имеющейся там воды и т.д. Сколько воды будет в первой банке после 1001 переливания?
Комбинаторика	В Наблюдательном совете компании «Промгаз» 6 членов. Сколькими различными способами они могут создать комиссию из 3 человек, если Карасёв не хочет быть в одной комиссии со Шукиным, Воробьёв — с Орловым, а Мышкин — с Кошкиным.	Сколько есть четырехзначных чисел, в записи которых нет трёх идущих подряд одинаковых цифр?	На прямой отмечено 100 синих, 5 зеленых и несколько красных точек, причем между любыми двумя одноцветными точками есть точка другого цвета. Сколько может быть красных точек?
Логика	После футбольного матча Вася сказал: «Я забил в этом матче мячей на 1 больше, чем все остальные, вместе взятые», Петя: «Я забил в этом матче мячей на 2 больше, чем все остальные, вместе взятые», Олег: «В первом тайме мячей забili в два раза меньше, чем во втором», Дима: «Я забил ровно половину мячей от забитых в первом тайме». Какое наибольшее количество высказываний могло оказаться правдой?	Проезжал по лесной дороге Иван-царевич, встретил медведя, волка и лису. Медведь всегда говорит правду, лиса всегда лжет, а волк чередует правду и ложь, всегда начиная с правды. Звери сказали Ивану-царевичу по 2 предложения: 1-й: «Ты коня спасешь». «Но сам погибнешь». 2-й: «Ты целым и невредимым останешься». «И коня спасешь». 3-й: «Ты цел останешься». «А вот коня потеряешь». Какие ответы какому зверю принадлежат, и что ждет Ивана-царевича впереди?	Прямоугольный огород разделен на одинаковые квадратные участки. Один из них засеян, а остальные пусты. На каждом участке стоит табличка с надписью, причем одна табличка гласит: «Засеян этот участок или один из соседних», а другие: «Засеян один из соседних участков» (участки считаются соседними, если они имеют общую сторону или вершину). При этом табличка на засеянном участке неверна, а на остальных — верна. Каково наибольшее возможное число участков на этом огороде?

	40	50	60
Числа	Брунгильда выбрала четыре разных цифры, не равные 0, составила из них всевозможные четырехзначные числа без повторяющихся цифр, а потом сложила эти числа. У нее получилось 193314. Какие цифры выбрала Брунгильда?	Вася собрался написать на доске число 987654321, но по рассеянности написал вместо одной из его цифр другую цифру, отличную от 0. У него получилось число, кратное 11 и дающее остаток 3 при делении на 9. Какую цифру Вася написал неправильно?	Какое наибольшее количество попарно взаимно простых составных чисел можно выбрать из чисел от 1 до 100?
Алгебра	Дано уравнение $(a^2-4)(b-1)x = (a-2)(b^2-1)$. Первый игрок называет, чему равно число a . Второй называет число b , и выигрывает, если полученное уравнение не будет иметь корней. Какие числа позволяют первому игроку с гарантией выиграть?	Известно, что $a+b+c=100$, а $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = 0,1$. Найдите, чему может быть равно $\frac{c}{ab} + \frac{a}{bc} + \frac{b}{ac}$.	На доске выписали числа от 1 до N . После того, как одно из чисел стерли, среднее арифметическое оставшихся оказалось равным $46\frac{20}{23}$. Найдите N .
Геометрия	Через каждую из двух точек на плоскости проходит по 10 прямых. На какое наибольшее число частей могут разбить плоскость эти прямые?	На плоскости отметили точки O, A, B, C и D . Оказалось, что углы AOB, BOC и COD равны между собой, а угол AOD вдвое меньше каждого из них (все рассматриваемые углы меньше развернутого угла). Найдите, чему может быть равен угол AOD .	В четырехугольнике $ABCD$ стороны $AB = 2005, BC = 2007, CD = 2006$ и $DA = 2008$. Перечислите все вершины, про которые можно наверняка утверждать, что углы при них меньше развернутого?

	40	50	60
Текстовые	Числитель и знаменатель дроби — целые положительные числа, сумма которых не больше 103. Известно, что дробь меньше $\frac{1}{3}$. Укажите наибольшее возможное значение такой дроби.	Назовём «острым» время, когда часовая и минутная стрелки часов образуют угол, не превосходящий 45 градусов. Сколько «острого» времени в сутках?	Пешеход шёл по шоссе со скоростью 5 км/ч. По этому шоссе в обе стороны с одинаковой скоростью ходят автобусы, встречаясь каждые 5 минут. В 12.00 пешеход заметил, что автобусы встретились около него и, продолжая идти, стал считать встречные и обгоняющие автобусы. В 14.00 около него вновь встретились автобусы. При этом с 12.00 до 14.00 пешеходу встретилось на 4 автобуса больше, чем обогнало его. Найдите скорость автобуса (в км/ч)
Комбинаторика	В ряд выложены несколько апельсинов, мандаринов, яблок и бананов. Оказалось, что рядом с фруктом каждого вида можно найти фрукт любого другого вида. Какое наименьшее число фруктов могло быть выложено?	На олимпиаде было 100 участников и 4 задачи. Первую задачу решило 90 участников, вторую — 80, третью — 70, а четвертую — 60. Никто не решил все четыре задачи. Победителями были объявлены все участники, решившие третью и четвертую задачи и только они. Сколько их было?	На бесконечной шахматной доске стоит конь. Он, сделав 4 хода, вернулся в исходную клетку, не побывав ни на одной клетке дважды. Сколькими способами он мог это сделать?
Логика	Собрались однажды 100 человек, каждый из которых рыцарь или лжец. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Первый произнес: «Среди нас есть рыцарь», второй: «Среди любых 99 человек из нас есть рыцарь», третий: «Среди любых 98 из нас есть рыцарь» и так далее до последнего. Сколько рыцарей могло быть в этой компании?	106 кандидатов в депутаты рассказывали о себе. Через некоторое время первый сказал: «До меня соврали ровно один раз». Второй сказал: «А теперь – ровно дважды». «А теперь – ровно трижды», – сказал третий, и так далее, до 106-того, который сказал: «А теперь соврали ровно 106 раз». Тут ведущий прервал дискуссию. Сколько раз и кем могла быть произнесена правда в указанных высказываниях?	Четырёхзначное число таково, что все его цифры различны, а также известно, что числа 5860, 1764, 9432, 3072 содержат ровно по две цифры, принадлежащие этому числу, однако ни одна из них не стоит в том же месте, что и в этом числе. Найдите его.

Ответы

	10	20	30	40	50	60
<i>Числа</i>	93	32	(2, 101) и (2, 167)	9, 8, 7, 5 (с точностью до перестановок)	8	4
<i>Алгебра</i>	Нет решений	9	1	$a \neq 2$	7	93
<i>Геометрия</i>	20%	70° $< \angle B < 150^\circ$	9	139	$0^\circ, 36^\circ, 45^\circ$ (если пропущен ответ 0° – принимать)	A, C, D
<i>Текстовые</i>	14 лет	16.00	0,5 л	25/76	6 часов	30 км/ч
<i>Комбинато рика</i>	8	8829	От 94 до 106	8	30	48
<i>Логика</i>	3	1–лиса, 2– волк, 3– медведь	9	От 0 до 100 – любое количество	Никто или только 1-й	4306, 4603, 4206

Задания математического брейн-ринга

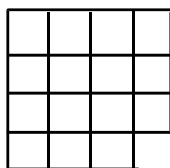
5-7 класс

1. 48 кузнецов должны подковать 60 лошадей. Каждый кузнец тратит на одну подкову 5 минут. Какое наименьшее время они должны потратить на работу? (Учтите, что лошадь не может стоять на двух ногах)

2. Профессор Тестер проводит серию тестов, на основании которых он выставляет испытуемому средний балл. Закончив отвечать, Джон понял, что если бы он получил за последний тест 97 очков, то его средний балл составил бы 90; а если бы он получил за последний тест всего 73 очка, то средний балл составил бы 87. Сколько тестов в серии профессора Тестера?

3. Два последовательных двухзначных числа сложили и в их сумме переставили цифры. В результате получилось большее из складываемых чисел. Какие это могли быть числа?

4. Разрезать фигуру по линиям сетки на три одинаковые части:



5. Найдите все натуральные числа, при делении которых на 7 в частном получится то же число, что и в остатке.

6. Цена билета на стадион была 20000 рублей. После снижения цен на билеты, число зрителей на стадионе увеличилось на 50 %, а выручка с проданных билетов увеличилась на 14 %. Сколько стал стоить билет на стадион после снижения цен?

7. В классе учится меньше 50 школьников. За контрольную работу седьмая часть учеников получила пятерки, третья – четверки, половина – тройки. Остальные работы были оценены как неудовлетворительные. Сколько было таких работ?

8. Сколько существует трехзначных чисел, у которых цифра сотен больше цифры десятков?

9. Найти все такие значения p , при которых все три числа p , $2p+1$ и $4p+1$ будут простыми.

10. На дискотеку собрался почти весь класс – 22 человека. Лена танцевала с 7 мальчиками, Нина с восемью, Вера – с девятью и так далее до Ирины, которая танцевала со всеми мальчиками из этого класса. Сколько мальчиков было из этого класса?

11. Из квадратного листа бумаги в клетку, содержащего целое число клеток, вырезали квадрат, содержащий целое число клеток так, что осталось 124 клетки. Сколько клеток мог содержать первоначальный лист бумаги?

12. Произведение двух целых чисел равно 217. Чему могут быть равны эти числа, если каждое из них меньше 7?

13. Сумма 13 различных натуральных чисел равна 92. Найдите все такие натуральные числа.

14. В трехзначном числе зачеркнули слева цифру, затем полученное двухзначное число умножили на 6 и получили исходное число. Найдите все такие натуральные числа.

15. Перед началом уроков классный руководитель заметил, что каждый учащийся его класса поздоровался за руку с шестью девочками и восемью мальчиками. При этом количество рукопожатий между мальчиками и девочками было на пять меньше числа остальных рукопожатий. Сколько учеников в классе?

16. Сколько натуральных чисел, меньших тысячи, в десятичной записи которых нет тройки, делятся на 3?

17. Найти наименьшее простое число, которое может быть представлено в виде суммы двух, трех, четырех и пяти простых различных слагаемых.

18. Администратор гостиницы работает либо с 8 утра до 8 вечера, либо с 8 вечера до 8 утра, либо сутки с 8 часов (утра или вечера) в первом случае он отдыхает не меньше суток,

во втором – не меньше полутора суток, в третьем – не меньше двух с половиной суток. Какое наименьшее число администраторов должно работать в гостинице?

Ответы:

1. 25; 2. 8; 3. 36, 37; 4. (рисунок); 5. 6 чисел: 8, 16, 24, 32, 40, 48; 6. 15200; 7. 1; 8. 450; 9. 3 (единственное такое число); 10. 14 (мальчиков); 11. 1024; 12. $(-1, -217)$ и $(-7, -31)$; 13. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14 (единственный вариант); 14. 4 числа: 120, 240, 360, 480; 15. 35 ($=20+15$); 16. 238; 17. 43; 18. 3.

Задания математического хоккея

5-6 класс

1. Какая из дробей $\frac{16}{20}$, $\frac{27}{36}$, $\frac{60}{72}$ ближе всего к 1?
2. Во сколько раз секундная стрелка часов движется быстрее, чем часовая?
3. У Саши есть 4 карточки с цифрами 1, 2, 3 и 4. Он составляет из них трёхзначные числа. Сколько различных чисел, делящихся на 6, он может получить?
4. Какое наименьшее число детей может быть в семье, если у каждого ребёнка есть хотя бы 1 сестра и хотя бы 1 брат?
5. В нашей компании 5 человек. У нас есть некоторое количество денег, в среднем по 8 рублей на человека. У меня 10 рублей. Сколько в среднем денег у остальных четырёх членов компании?
6. Будильник отстаёт на 3 минуты в час. Сейчас он показывает 11:41. Через сколько минут он покажет 12 часов?
7. Четыре белки съели 1999 орехов, каждая не меньше, чем 100. Первая белка съела больше всех. Вторая и третья вместе съели 1265 орехов. Сколько орехов съела первая белка?
8. Автомат делит чётное число пополам, а нечётное увеличивает на 5. Известно, что за 3 шага автомат получил из нечётного числа n число 35. Какова сумма цифр числа n ?
9. Умножаем число 1999 на число, состоящее из 1999 единиц. Какова сумма цифр полученного произведения?
10. Сумма возрастов нескольких друзей 29 лет. Через 3 года сумма их возрастов стала 41. Сколько всего друзей?

Ответы

1. 60/72. 2. 720 раз. 3. 6. 4. 4. 5. 7,5 руб. 6. 20 мин. 7. 634. 8. 9. 9. 2026. 10. 4.