

Министерство образования Ярославской области
Государственное образовательное учреждение
дополнительного образования Ярославской области
«Региональный образовательный центр «Новая школа»

Принята на заседании
Педагогического совета
ГОУ ДО ЯО РОЦ «Новая школа»
от «16» июня 2026 года
Протокол № 02

Утверждаю
Директор
ГОУ ДО ЯО РОЦ «Новая школа»
И.С. Леонова

**Леонова Ирина
Станиславовна**

Подписано цифровой
подписью: Леонова Ирина
Станиславовна
Дата: 2026.06.18 13:59:03
+03'00'

Дополнительная общеразвивающая программа
естественно-научной направленности

«Дополнительные разделы математики в задачах «со звездочкой»

Возраст обучающихся: 13 – 14 лет

Срок реализации программы: 1 год

Автор – составитель программы:
Каленова Анастасия Андреевна,
педагог дополнительного образования
ГОУ ДО ЯО ЯРИОЦ «Новая школа»

1. Пояснительная записка дополнительной общеразвивающей программы «Дополнительные разделы математики в задачах «со звездочкой»»

1.1. Актуальность и значимость программы

Математика, как школьный предмет, является основным и важным предметом в школьной программе. Экзамен по математике обязателен в 9 и 11 классах. Олимпиады по математике проводятся практически в каждом университете и входят в федеральный перечень олимпиад, давая дополнительные баллы при поступлении в тот или иной ВУЗ. Тем самым формируется социальный запрос среди потенциальных абитуриентов и их родителей на получение знаний в области математики не только на уровне школьной программы, но и на углубленном уровне с возможностью успешно проявить себя на олимпиадах. В настоящее время в системе дополнительного образования стало возможным углубленное изучение математики для каждого учащегося средней школы, главное, чтобы в дополнительном обучении был интерес не только у родителя, но и у самого ребенка.

В то же время математика является значительной и важной частью общечеловеческой культуры, так как имеет богатейшие возможности воздействия на выработку научного мировоззрения для достижения необходимого общекультурного уровня. Логические рассуждения представляют собой один из методов математики. Поэтому ее изучение формирует логическое мышление, позволяет правильно устанавливать причинно-следственные связи, что, безусловно, должен уметь каждый человек. Стил ь изложения математики, ее язык оказывают влияние на развитие речи. Для жизни в современном информационном обществе важным является формирование математического стиля мышления, проявляющегося в умении применять индукцию и дедукцию, обобщение и конкретизацию, анализ и синтез, классификацию и систематизацию, абстрагирование и аналогию.

1.2. Основные идеи, подходы, принципы

Дополнительная общеразвивающая программа «Дополнительные разделы математики в задачах «со звездочкой»» является модифицированной, разработана на основе дополнительной общеразвивающей программы «Методы решения олимпиадных задач по математике», (автор - Богомолов Юрий Викторович, доцент кафедры дискретного анализа ФГБОУ ВО ЯрГУ им. П.Г. Демидова, к.ф.-м.н.).

Некоторые разделы программы, такие как: геометрия и алгебра дополняют основную общеобразовательную программу по математике и помогают обучающимся углубить свои знания в данных областях путем изучения новых математических фактов на теоретических занятиях и рассмотрения нестандартных методов решения задач на практических занятиях. Однако основная часть программы нацелена на изучение тех областей математики, которые в школьной программе не рассматриваются: комбинаторика, теория игр, математическая логика и другие. Тем самым детям предоставляется возможность подготовиться к выступлениям на олимпиадах

различного уровня, расширить кругозор в области математики, научиться использовать нестандартные подходы при решении задач.

Новизна программы находит свое отражение в методике проведения занятий, отличающейся от традиционной методики школьного образования. Занятия выстроены в виде беседы, совместного поиска решения в нестандартной задаче. Педагог в данном процессе играет роль наставника, задает наводящие вопросы, вовлекает учащихся в беседу, обобщает все полученные идеи в «общую» форму. Тем самым получается, что занятие выстроено не по типу теория-практика (как в школьной программе), а в обратном направлении от практики к общей теории.

Принципы программы:

- *принцип научности* (знания, которые сообщает преподаватель и которыми овладевают обучающиеся на любой ступени обучения должны быть научными, основными на проверенных наукой и практикой положениях),
- *принцип систематичности и последовательности* (обучающиеся должны овладевать научными умениями и навыками в строго определенном порядке. Последовательность предполагает логическую обоснованность изучения последующих разделов за предыдущими. Программа строится от частных примеров (особенности решения отдельных примеров) к общим (решение математических задач),
- *принципы сознательности и активности* (сознательность обучения предполагает понимание обучающимися смысла, усваиваемых знаний, умений и навыков, отчетливое представление ими целей и значений учебной деятельности. Активность проявляется в инициативности и высокой степени самостоятельности учащихся),
- *принцип наглядности* (этот принцип исходит из единства чувственного и логического. Наглядность обеспечивает связь между конкретным и абстрактным, помогает достижению прочности знаний, осуществлению связи теории с практикой, доступность обучения и т.д.),
- *принцип связи обучения с жизнью* (он предполагает показ практического и общественного значения изучаемого материала).

1.3. Целевая аудитория программы

Программа ориентирована на интересующихся математикой обучающихся 13 – 14 лет (8 – 9 классов) общеобразовательных учреждений г. Ярославля и Ярославской области.

Реализация программы предполагает наличие у детей хорошего уровня начальной математической подготовки в объеме программы общеобразовательной школы для соответствующего возраста обучающихся, а также умения логически рассуждать.

Важное значение для эффективного обучения имеет интерес самого школьника (а не только его родителей) к изучению математики.

1.4. Срок, объем и форма освоения программы

Дополнительная общеразвивающая программа «Дополнительные разделы математики в задачах «со звездочкой»» реализуется в течение 1 года.

Общий учебно-тематический объем программы составляет 72 часа, из них:

Год обучения	Количество часов	Из них	
		Теоретические	Практические
Первый	72	20	52
Всего:	72	20	52

Форма обучения: очная

1.5. Режим занятий, периодичность и продолжительность

Учебная нагрузка определяется с учетом возраста детей, года обучения. В соответствии с СанПин «Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации режима работы образовательных организаций дополнительного образования детей» (Постановление Главного государственного санитарного врача РФ от 4 июля 2014 г. № 41) устанавливается периодичность занятий и общее количество часов в неделю и за год.

Количество часов в неделю: 72 часа;

Периодичность занятий: 1 раз в неделю;

Занятия проводятся 1 раз в неделю по 2 академических часа (по 45 минут) и обязательным 10 минутным перерывом между занятиями.

1.6. Особенности организации образовательного процесса

Учебные занятия проводятся по группам.

Формирование групп проводится по возрасту (классу) с учетом предполагаемого уровня освоения содержательной базы, сформированной к этому времени в курсе математики общеобразовательной школы, а также учитывается, что обучающиеся ранее не занимались на дополнительных программах ЯР ИОЦ «Новая школа».

Количественный состав групп: 25 человек.

Состав группы обучающихся – постоянный.

Данная программа позволяет обучающимся познакомиться со многими интересными вопросами математики, выходящими за рамки школьной программы, новыми идеями и методами решения математических задач, расширить целостное представление о проблеме данной науки.

Содержание программы представляет собой единую систему, составленную из модулей, каждый из которых затрагивает углубленно определенный раздел математики: алгебра, геометрия, комбинаторика и т.д. Задания, предлагаемые детям, соответствуют их возрасту и уровню подготовки.

Учебные занятия включают в себя теоретическую и практическую части, которые могут попеременно чередоваться друг с другом.

2. Цель и задачи программы

Цель: Развитие у обучающихся устойчивого познавательного интереса к углубленному изучению математики в процессе решения нестандартных математических задач.

Задачи:

Личностные:

- формировать у обучающихся устойчивый интерес к математике, представление о математике как части общечеловеческой культуры, понимание значимости математики для общественного прогресса;
- способствовать проявлению любознательности, сообразительности при выполнении разнообразных заданий;
- способствовать развитию критичности мышления, инициативности, находчивости, активности при решении математических задач.
- формировать у обучающихся ответственное отношение к учению, готовность и способность к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию;
- развивать умение контролировать, оценивать и анализировать процесс и результат учебной и математической деятельности;
- формировать умение самостоятельно работать с различными источниками информации (учебные пособия, справочники, ресурсы Интернета и т.п.);

Метапредметные:

- развивать способность к быстрой и свободной перестройке направленности мыслительного процесса, переключению с прямого на обратный ход мысли (обратимость мыслительного процесса при математическом рассуждении);
- развивать умение самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности;
- развивать умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации;
- развивать способность устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы;
- развивать умение правильно и доступно излагать свои мысли в устной и письменной форме;
- развивать умение выдвигать и реализовывать гипотезы при решении задачи, понимать необходимость их проверки

Предметные:

- способствовать овладению конкретными математическими знаниями, необходимыми для применения в практической деятельности;

- способствовать овладению специальной математической терминологией, совершенствовать математическую речь;
- развивать нестандартное мышление и творческий подход к поиску решения задач;
- развивать навыки решения нестандартных задач и задач повышенной сложности;
- развивать умение переводить различные задачи на язык математики.
- развивать умение работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования;
- развивать умение оперировать понятиями по основным разделам содержания;
- развивать умение проводить доказательства математических утверждений;
- развивать умение анализировать, структурировать и оценивать изученный предметный материал

3. Содержание программы

3.1. Учебно-тематический план

№ п/п	Название раздела	Всего	Лекции	Прак- тика	Формы проведения
1.	Вводное занятие. Входной контроль.	2	-	2	Решение задач
2.	Раздел «Общие принципы решения и доказательств в математических задачах» Предположения, метод от противного; Метод математической индукции; Задачи типа «оценка+пример» Инвариант; Принцип крайнего, Принцип Дирихле, Формула включения-исключения	8	2	6	Лекции- беседы, практикум
	<i>Проверочная контрольная работа (2 уровня сложности)</i>	2	-	2	Мини- олимпиада
3.	Раздел «Комбинаторика» Подмножества элементов; Сочетания, размещения, перестановки с повторениями и без повторений; Треугольник Паскаля; Бином Ньютона; Свойства биномиальных коэффициентов	8	3	5	Лекции- беседы, практикум
	<i>Проверочная контрольная работа (2 уровня сложности)</i>	2	-	2	Мини- олимпиада

№ п/п	Название раздела	Всего	Лекции	Прак- тика	Формы проведения
4.	Раздел «Теория графов» Виды графов. Изоморфизм графов; Пути и циклы, Эйлеровы обходы; Связность графов, степени вершин; Лемма о рукопожатиях Деревья, их свойства; Планарные и плоские графы; Теорема Эйлера; Ориентированные графы	8	3	5	Лекции- беседы, практикум
	<i>Проверочная контрольная работа (2 уровня сложности)</i>	2	-	2	Мини- олимпиада
5.	Раздел «Теория чисел» Четность Делимость Арифметика остатков Диафантовы уравнения и методы их решения	6	2	4	Лекции- беседы, практикум
	<i>Проверочная контрольная работа (2 уровня сложности)</i>	2	-	2	Мини- олимпиада
6.	Раздел «Геометрия» Метод ГМТ; Равенство и подобие треугольников; Симметрия; Движения и гомотетия; Многоугольники; Окружности, вписанные углы, вписанные и описанные многоугольники	10	4	6	Лекции- беседы, практикум
	<i>Проверочная контрольная работа (2 уровня сложности)</i>	2	-	2	Мини- олимпиада
7.	Раздел «Алгебра» Текстовые задачи на составление уравнений Уравнения, содержащие антье- функцию и мантисса-функцию; Средние величины, неравенства о средних, классические неравенства, неравенство Коши; Доказательство неравенств Квадратный трехчлен и его коэффициенты; Выделение полного квадрата; Корни квадратного трехчлена; Разложение на множители; Теорема Виета; Расположение корней квадратного трехчлена	16	6	10	Лекции- беседы, практикум
	<i>Проверочная контрольная работа (2 уровня сложности)</i>	2	-	2	Мини- олимпиада
8.	Итоговое занятия. Итоговая проверочная работа.	2	-	2	Контрольная работа

№ п/п	Название раздела	Всего	Лекции	Прак- тика	Формы проведения
	Итого:	72	20	52	

3.2. Содержание учебного плана

РАЗДЕЛ 1. Вводное занятие. Входной контроль. (2 ч.)

Обучающиеся на занятии проходят инструктаж по технике безопасности, знакомятся с методикой проведения занятий, пишут самостоятельную вступительную работу, направленную на выявление уровня знаний, умений и навыков у группы.

РАЗДЕЛ 2. Общие принципы решения и доказательств в математических задачах (10 ч.)

Теория:

Предположения, метод от противного;

Метод математической индукции;

Задачи типа «оценка+пример»

Инвариант;

Принцип крайнего,

Принцип Дирихле,

Формула включения-исключения

Практика: Решение задач на доказательства, задач на нахождение оптимальных значений.

Рассматриваются основные подходы, которые могут быть использованы при поиске идеи решения задачи. Обсуждаются общие принципы решения математических задач, подчеркивается необходимость обоснования математических утверждений, актуализируются понятия частного и общего случая, закрепляется понимание различий между доказательством и проверкой на частных примерах, обучающиеся приобретают опыт мыслительного, образного и предметно-манипулятивного конструирования. Формируются навыки работы с основными логическими конструкциями, такими как следствие, равносильность, необходимость, достаточность, существование, всеобщность. Логические понятия, связки, схемы рассуждения, общие принципы решения задач и доказательств, полученные на лекционных занятиях, закрепляются при решении практических задач с устным или письменным изложением решений. На практических занятиях предлагаются задачи на логический вывод и логическое обоснование выдвигаемых гипотез, на конструирование примеров и контрпримеров, полный перебор комбинаций.

Изучаются общие методы и схемы доказательств: доказательство от противного, метод математической индукции; обсуждаются возможности неконструктивных доказательств существования объектов.

Через решение практических задач дети подводятся к использованию принципа крайнего. Вводимый принцип рассуждений иллюстрируется на примерах из различных разделов математики (принцип крайнего в геометрии, в комбинаторной геометрии, в алгебре, в комбинаторике, в теории графов).

Обучающиеся знакомятся с понятием инварианта на простейших примерах (подсчет двумя способами), после чего данное понятие расширяется. Вырабатываются умения поиска инвариантов в изменяющейся системе, выбора из них необходимого для решения поставленной задачи. При решении задач на исследование инвариантов, связанных с раскраской, учащиеся знакомятся с идеей раскрашивания (нумерации) некоторых объектов для выявления их свойств и закономерностей, знакомятся с некоторыми стандартными способами раскрасок и приобрести опыт применения этой идеи в различных ситуациях. Задачи на разрезание помогают как можно раньше формировать геометрические представления у детей на разнообразном материале. При решении таких задач возникает ощущение красоты, закона и порядка в природе. На практических примерах разбираются основные идеи поиска полуинварианта, анализа принимаемых им значений, применения его для построения точных оценок. При самостоятельном решении задач у обучающихся развиваются умения поиска полуинвариантов, выбора из них необходимого для данной ситуации и его использования при решении оптимизационных задач.

Также дети знакомятся с новыми принципами - принцип исключенного третьего и принцип включения-исключения. Формула включения-исключения рассматривается наглядно с помощью диаграммы Эйлера, тем самым осуществляя пропедевтику принципа включению-исключения для n -множеств, решаются олимпиадные задачи, соответствующие возрастному уровню.

Обучающиеся получают представление о простом и обобщенном принципе Дирихле, отрабатывают умение преобразовывать интуитивные предпосылки в форму строгого математического доказательства. Принцип Дирихле, несмотря на всю простоту и очевидность очень часто используется при доказательстве теорем и решении задач.

Рассматриваются примеры задач на построение точных оценок (задачи типа «оценка плюс пример» – синтез логического обоснования и конструирования). Обязательно делается акцент, что решение задач на нахождение наибольшего (наименьшего) значения какой-либо величины включает в себя два шага:

- 1) доказательство того, что эта величина не больше (не меньше) некоторого числа («оценка»);
- 2) построение примера, показывающего достижимость этого значения («пример»).

В таких задачах, как правило, первый шаг решения оценивается в 4-5 баллов, второй шаг – в 2-3 балла. Тем самым, не указав при решении задачи на олимпиаде тот или иной шаг, можно потерять баллы.

В ходе построения точных оценок приобретается опыт конструирования (образного, мыслительного), закрепляется осознание потребности в синтезе конструктивного и аналитического доказательств (для реализации этого при

решении задач особое внимание уделяется задачам вида «оценка плюс пример»).

РАЗДЕЛ 3. Комбинаторика (10 ч.)

Теория:

Подмножества элементов;

Сочетания, размещения, перестановки с повторениями и без повторений;

Треугольник Паскаля;

Бином Ньютона;

Свойства биномиальных коэффициентов

Практика: Решение комбинаторных задач.

Обучающимся демонстрируется необходимость полного рассмотрения вариантов в переборных задачах, обсуждаются общие черты некоторых переборных задач и задач на подсчет количества комбинаций. Обсуждаются способы подсчета комбинаций без их непосредственного нахождения.

Особое внимание уделяется изучению правил сложения и умножения вероятностей, формируется умения правильно применять данные законы, что закрепляется при решении практических задач. Способ подсчета перестановок предварительно демонстрируется на простейших задачах с использованием полного перебора, после чего на задачах с большим количеством элементов обсуждается неконструктивный способ подсчета количества комбинаций, в результате выводится общая формула подсчета количества перестановок, навык использования которой закрепляется при решении задач.

С обучающимися обсуждаются общие черты некоторых переборных задач и задач на подсчет количества комбинаций (по большей части связанных с подсчетом количества подмножеств или наборов элементов некоторого конечного множества), способы подсчета комбинаций без их непосредственного нахождения.

Обучающиеся самостоятельно могут сформировать Бином Ньютона при грамотном наставничестве педагога. Особое внимание уделяется комбинаторному доказательству свойств биномиальных коэффициентов, однако демонстрируется и способ доказательства с помощью преобразования выражающих число сочетаний алгебраических выражений.

РАЗДЕЛ 4. Теория графов (10 ч.)

Теория:

Виды графов. Изоморфизм графов;

Пути и циклы, Эйлеровы обходы;

Связность графов, степени вершин;

Лемма о рукопожатиях

Деревья, их свойства;

Планарные и плоские графы;

Теорема Эйлера;

Ориентированные графы

Практика: Решение задач, опираясь на основы теории графов.

Обсуждается эффективность представления связанной с задачей системы в схематической форме с помощью графов. На примерах иллюстрируется способ представления объектов задачи и взаимосвязей между ними в виде вершин и ребер графа, обсуждается возможность существования общих способов решения конкретных задач при их интерпретации в виде графовых моделей.

Вводятся основные определения теории графов (вершины, ребра, смежность, инцидентность, путь). Введенные понятия развернуто иллюстрируются на конкретных примерах, отрабатывается умение идентифицировать объекты с вершинами и рассматриваемые связи с ребрами, интерпретировать задачу в терминологии теории графов.

В данном разделе изучаются виды графов. Обучающиеся закрепляют умения применять графовые модели в анализе и решении задач, иллюстрируется способ представления объектов задачи и взаимосвязей между ними в виде вершин и ребер графа, в том числе ориентированного, обсуждается возможность существования общих способов решения конкретных задач при их интерпретации в виде графовых моделей. Рассматриваются конкретные примеры задач, отрабатывается умение идентифицировать объекты с вершинами и рассматриваемые связи с ребрами, интерпретировать задачу в терминологии теории графов. Вводится понятие изоморфизма графов, особое внимание уделяется топологическим свойствам графа. Рассматриваются деревья и их свойства. Практические задачи направлены на закрепление знаний свойств деревьев и плоских графов, а также навыков применения данных свойств. Формулируется и доказывается теорема Эйлера.

РАЗДЕЛ 5. Теория чисел (8 ч.)

Теория:

Четность

Делимость

Арифметика остатков

Диафантовы уравнения и методы их решения

Практика: Решение практических задач, используя свойство делимости, самостоятельное решение уравнений в целых числах.

Повторяются основные свойства делимости (сумма и разность чисел одинаковой одномодульной делимости, произведение, в котором один из множителей делится на данное число), свойства простых и составных чисел, делимости на простое число. Обосновывается основная теорема арифметики о существовании и единственности разложения числа на простые множители, демонстрируется ее применение при решении задач на доказательство. Осваивается умение обоснования признаков делимости на различные числа,

формируются навыки поиска контрпримеров к неверным признакам. Полученные навыки закрепляются при решении практических задач.

Обучающиеся закрепляют навыки деления чисел с остатками, выявляют зависимость между остатками и делимостью чисел, рассматривают задачи на представление целого числа через неполное частное и остаток. В ходе занятия иллюстрируются основные свойства остатков (остатки сумм, разностей, произведений). На примерах разбирается алгоритм построения таблиц сложения и умножения остатков, учащиеся самостоятельно выполняют аналогичные построения для других модулей. Задачи в основном направлены на нахождение остатков от деления чисел с использованием арифметических свойств остатков, а также на доказательство делимости чисел с помощью подсчета остатков от деления слагаемых и множителей.

Вводится общее понятие систем счисления и их разновидностей. Особое внимание уделяется десятичной системе счисления, для которой рассматривается ряд признаков делимости (с доказательствами). Формулируются признаки делимости на 2^n , 5^n и др. Навыки применения признаков делимости закрепляются в ходе решения задач. Повторяется алгоритм Евклида, так как он часто встречается в задачах на математических олимпиадах.

В ходе изучения темы обобщается понятие остатка, фактически трансформируясь в понятие сравнимости по модулю. Свойства сравнимости по модулю как разбираются с преподавателем, так и предлагаются к самостоятельному доказательству (под контролем преподавателя, с разбором трудных случаев). При обсуждении решения практических задач демонстрируется эффективность аппарата сравнений по модулю для решения и оформления решений задач, при решении которых закрепляются навыки применения свойств сравнений по модулю. Вводятся понятия квадратичного вычета и квадратичного невычета, формулируются и доказываются простейшие свойства.

С обучающимися разбираются общие методы решения диофантовых уравнений (линейные уравнения, метод спуска, разложение на множители, оценка), формируется навык анализа и решения линейных диофантовых уравнений. Особое внимание уделяется самостоятельному решению уравнений в целых числах, в ходе которого на практических задачах закрепляется знание свойств делимости, остатков, сравнений. В качестве формы контроля возможна организация личной или командной олимпиады на основе задач по данной тематике.

РАЗДЕЛ 6. Геометрия (12 ч.)

Теория:

Метод ГМТ;

Равенство и подобие треугольников;

Симметрия;

Движения и гомотетия;

Многоугольники;

Окружности, вписанные углы, вписанные и описанные многоугольники
Практика: Решение геометрических задач.

Проблемой, с которой сталкиваются и дети, и учителя, является то, что обучающиеся не «видят пространства». Им трудно увидеть видимые и невидимые линии, представлять, из каких на самом деле фигур состоит тот или иной многогранник. Всем известно, что в геометрии правильно сделанный рисунок – половина успеха в решении задачи. Возникает проблема, неправильно делается рисунок – задача не решается. Поэтому, целью занятий является, научить обучающихся «видению пространства», изображению пространственных фигур, знанию основных элементов и умению пользоваться формулами для расчета площадей и объемов на основе уже имеющихся знаний.

С использованием изученных свойств алгебраических неравенств обучающиеся выводят ряд геометрических неравенств. В качестве «геометрической основы» для этого предварительно используется неравенство треугольника, после чего с использованием свойств и метрических соотношений в треугольнике выводятся новые базовые неравенства, которые в дальнейшем используются при решении геометрических задач (геометрические неравенства, оптимизационные геометрические задачи).

Обсуждаются свойства движений и подобия, некоторые свойства обосновываются с помощью доказательств, для некоторых на данном этапе проводится только иллюстрация на примерах. Демонстрируется связь данных геометрических процессов с метрическими соотношениями и неравенствами в геометрических фигурах. Знание рассмотренных свойств закрепляется при решении задач.

Решаются геометрические задачи на листе в клеточку. Формулировки и решения этих задач отличаются от обычных задач из действующих учебников и задачников по геометрии и, в то же время, они не требуют дополнительных сведений, направлены именно на обобщающее повторение основного курса геометрии 7-9 классов, на его более глубокое освоение и понимание, выработку необходимых геометрических компетенций. Решение каждой предложенной задачи требует применения геометрических знаний в необычной ситуации, что позволяет проверить качество освоения геометрического материала готовность ученика использовать полученные знания и умения для решения нестандартных и исследовательских задач. Чаще всего в подобных упражнениях необходимо найти площадь фигуры. Решить такие задачи можно, вспомнив основные теоремы и свойства трапеции, треугольника, шестиугольника и т. д.

Также на занятиях изучается новый метод геометрических точек. Задачи данного раздела помочь ребенку оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы, научить строить геометрические места точек, координаты которых удовлетворяют условию $F(x) = 0$, $F(x) \leq 0$, $F(x) \geq 0$, научить обучающихся навыкам построения графиков с модулем и проведению преобразований с помощью изученных методов. Для решения остальных задач, как правило, теоретическая база в основном вводится на уроках геометрии в общеобразовательной школе, поэтому основное внимание уделяется

самостоятельному решению практических задач на вычисление, построение, доказательство. Обсуждаются свойства движений, подобия, гомотетии. Демонстрируется связь данных геометрических процессов с метрическими соотношениями и неравенствами в геометрических фигурах. Отрабатываются технические навыки: последовательное вычисление углов в геометрических задачах, поиск цепочек подобий, равных углов и пропорциональных отрезков. Знание рассмотренных свойств и полученные навыки закрепляются при решении задач.

РАЗДЕЛ 7. Алгебра (18 ч.)

Теория:

Текстовые задачи на составление уравнений

Уравнения, содержащие
функцию и мантисса-функцию;

Средние величины, неравенства о средних, классические неравенства,
неравенство Коши;

Доказательство неравенств

Квадратный трехчлен и его коэффициенты;

Выделение полного квадрата;

Корни квадратного трехчлена;

Разложение на множители;

Теорема Виета;

Расположение корней квадратного трехчлена

Практика: Решение практических задач.

Закрепляются знания о квадратном трехчлене. Обсуждаются основные свойства, закрепляются навыки оперирования с квадратным трехчленом: выделения полного квадрата, поиска корней, разложения на множители. Навыки использования теоремы Виета закрепляются при решении практических задач на конструирование квадратных трехчленов с заданными свойствами.

Вводится понятие квадратичной функции. Обсуждается зависимость величины и расположения корней квадратного трехчлена от его коэффициентов, свойства иллюстрируются с помощью геометрической интерпретации (графического представления функции и зависимости вида графика от соотношения коэффициентов).

Обучающиеся знакомятся с основными свойствами отношений предшествования и неравенств (транзитивность, антисимметричность, сложение и умножение неравенств). Свойства неравенств предварительно обсуждаются на примере числовых неравенств, после чего обобщаются и для алгебраических. На числовых неравенствах обязательно демонстрируется неприменимость некоторых операций к неравенствам (вычитание, деление неравенств). Знание свойств неравенств и умение их применять закрепляется в ходе решения практических задач.

Рассматриваются и отрабатываются при самостоятельном решении задач основные способы доказательства алгебраических неравенств (группировка, разложение на множители, выделение полного квадрата). Дети самостоятельно доказывают неравенства о средних для малого количества аргументов, после чего данные свойства обобщаются на случай произвольного количества аргументов, доказываются и обсуждаются с участием преподавателя. В ходе решения задач обучающиеся вырабатывают навыки выявления средних величин в алгебраическом выражении и использования неравенств о средних для доказательства алгебраических неравенств.

На простых примерах обучающиеся знакомятся с методом Штурма доказательства алгебраических неравенств, приобретают навык применения метода в ходе решения практических задач.

Рассматриваются способы решения нестандартных задач из олимпиад на проценты и части, смеси и сплавы, работу и движение. Темы «Проценты» и «Отношения (части)» изучаются непродолжительное время в школьном курсе, но задания по ним включаются в материалы, как и итоговой аттестации за курс основной школы, в КИМы и ЕГЭ, так и в олимпиады любого уровня. Понимание процентов и отношений, умение производить процентные расчеты в современной жизни необходимы каждому человеку.

РАЗДЕЛ 8. Итоговое занятия. Итоговая проверочная работа (2 ч.)

Теория: Подведение итогов.

Практика: Проведение итоговой контрольной работы.

4. Планируемые результаты

Личностными результатами освоения дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы «Дополнительные разделы математики в задачах «со звездочкой»» является:

- формирование представления о математике как части общечеловеческой культуры, понимание значимости математики для общественного прогресса;
- умение систематически и самостоятельно разбираться в сложных математических проблемах, используя критичность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении математических задач
- проявление любознательности, сообразительности при решении разнообразных математических заданий;
- умение контролировать, оценивать и анализировать процесс и результат учебной и математической деятельности;
- умение самостоятельно работать с различными источниками информации (учебные пособия, справочники, ресурсы Интернета и т.п.);

Метапредметными результатами освоения дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы является:

- развитие способности к быстрой и свободной перестройке направленности мыслительного процесса, переключению с прямого на обратный ход мысли (обратимость мыслительного процесса при математическом рассуждении)
- уметь самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности;
- уметь определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации;
- уметь устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы;
- уметь правильно и доступно излагать свои мысли в устной и письменной форме;
- уметь выдвигать и реализовывать гипотезы при решении задачи, понимать необходимость их проверки

Предметные результаты освоения дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы является:

обучающиеся должны *знать*:

- методы доказательства (построение контрпримера, предположение противоположного, метод математической индукции);
- основные понятия и определения из теории графов, теории чисел, комбинаторики;
- основные требования при оформлении решений оптимизационных задач;
- определение инварианта и его формы;
- формулы, используемые при решении текстовых задач;

обучающиеся должны *уметь*:

- формулировать решения задач, подробно и логично излагая собственные идеи;
- систематизировать, сопоставлять, анализировать, обобщать и интерпретировать информацию,
- использовать вспомогательные инструменты при решении нестандартных задач (круги Эйлера, таблицы, графы, логические схемы и другие);
- строить строгие доказательства, используя метод математической индукции;
- решать текстовые задачи на совместную работу, движение, проценты и части, смеси и растворы;
- решать комбинаторные задачи с ограничениями;

- формулировать строгие доказательства задач в общем виде, используя метод математической индукции, доказательство от противного, идеи дискретной непрерывности;
 - решать задачи повышенной сложности, опираясь на знания и методы решения задач, полученные за всю программу обучения и оценивать полученные результаты;
 - правильно интерпретировать условия комбинаторной задачи и понимать какие формулы необходимы для ее решения;
 - строить оценку при решении задач на оптимизацию и составлять математические модели;
 - работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования;
 - оперировать понятиями по основным разделам содержания;
- обучающиеся должны *владеть*:
- основными подходами при решении задач олимпиадной математики;
 - различными методами и нестандартными подходами при решении диофантовых уравнений;
 - навыком строгого математического рассуждения;
 - навыком построения строгих доказательств;
 - навыком решения нестандартных задач и задач повышенной сложности;
 - различными методами при решении логических задач, геометрических задач и иных задач,
 - навыком логического обоснования своих идей и подходов к решению нестандартной задачи.

Раздел №2 «Комплекс организационно-педагогических условий»

1. Календарный учебный график

Количество учебных недель: 36 недели

Количество учебных дней: 36 дней

2. Условия реализации программы

2.1. Материально-техническое обеспечение

Для реализации дополнительной общеобразовательной – дополнительной общеразвивающей программы «Стратегии решения олимпиадных задач по математике» необходимый перечень материально-технического обеспечения включает в себя:

- Столы,
- стулья
- доска (меловая/маркерная)
- мел/маркеры
- комплекты задач (по каждому году обучения)
- технические средства обучения (компьютер/ноутбук) с подключением к сети Интернет (по необходимости);

2.2. Кадровое обеспечение

Настоящая программа может быть реализована педагогом дополнительного образования или учителем, имеющими высшее профессиональное образование в области математики. Желателен опыт работы с одаренными детьми, умение стимулировать их познавательную активность, поддерживать различные виды интеллектуальной и творческой деятельности; наличие высокого потенциала и способностей к профессиональному саморазвитию и самосовершенствованию.

3. Формы аттестации

3.1. Формы отслеживания и фиксации образовательных результатов

Подведение итогов реализации программы представляет комплексную систему, которая включает в себя:

1. Внутренние результаты:

1.1. Текущий контроль освоения программы

Текущий контроль проводится после изучения каждого модуля программы в виде проверочной работы или мини-олимпиады. Такой подход дает возможность анализировать текущий результат обучающихся и увидеть пробелы в знаниях детей. Проверочная работа состоит из двух уровней

сложности: на первом уровне представлены задачи из олимпиад школьного уровня, на втором – задачи из олимпиад регионального уровня. Уровень сложности обучающиеся могут выбрать самостоятельно, тем самым они учатся проводить самооценку своих знаний и возможностей. Уровневая система проверки знаний по окончании цикла занятий в учебном году показывает на каком уровне освоил программу тот или иной ребенок. Следует заметить, что не у каждого обучающегося самоцель обучения по дополнительной программе – призовые места на региональных и всероссийских олимпиадах. Некоторые приходят на занятия с целью получить дополнительное математическое развитие, способствующее более успешному освоению углубленного школьного курса математики. Как правило, группа учащихся делится на очень способных детей и детей, у которых есть интерес к математике, но не хватает математических способностей для решения сложных нестандартных задач. И в такой ситуации, два уровня сложности заданий способствуют гармоничному развитию математических способностей у более «сильных» в знаниях детей и не занижает интереса к математике и уровень уверенности в себе у менее способных детей, развивая при этом спортивный интерес и мотивацию перейти на сложный уровень.

1.2. Итоговый контроль освоения программы

В конце учебного года, как правило, проводится итоговая контрольная работа. Данная работа едина для всех обучающихся группы. Это дает возможность педагогу проанализировать уровень знаний, как у всей группы, так и индивидуально по каждому ребенку, а непосредственно самому обучающемуся – оценить себя в рамках всей группы. По результатам контрольной работы педагог может оценить пробелы в знаниях у каждого обучающегося и дать рекомендации и дополнительные задания по проблемной теме для самостоятельной работы ребенка на летних каникулах.

2. Внешние результаты

Внешние результаты подразумевают результаты обучающихся в различных математических соревнованиях: олимпиадах, играх, викторинах, конкурсах и т.д.

Все полученные во время обучения результаты, как внутренние, так и внешние, заносятся в рейтинговую таблицу группы.

Критерии и показатели уровня освоения обучающимися содержания программы

Критерии	Показатели	Индикаторы	Число баллов	Методы диагностики
<i>Предметные результаты:</i>				
Теоретическая подготовка				
Уровень теоретической подготовки по всем модулям программы	Соответствие теоретических знаний программным требованиям	не усвоил теоретическое содержание программы	0	Наблюдение, тестирование, опросы, проверочные контрольные
		овладел менее чем 1/2 объема знаний, предусмотренных	1	

Критерии	Показатели	Индикаторы	Число баллов	Методы диагностики
		программой		работы, итоговая контрольная работа и др.
Уровень владения математическими терминами и понятиями	Осмысленность и правильность использования специальной терминологии	объем усвоенных знаний составляет более 1/2	2	Наблюдение, собеседование
		освоил весь объем знаний, предусмотренных программой	3	
		не употребляет специальные термины	0	
		знает отдельные специальные термины, но избегает их употреблять	1	
		сочетает специальную терминологию с бытовой	2	
		специальные термины употребляет осознанно и в полном соответствии с их содержанием	3	
Практическая подготовка				
Уровень практической подготовки по всем модулям программы	Соответствие практических умений и навыков	не овладел умениями и навыками	0	Наблюдение, тестирование, опросы, проверочные контрольные работы, итоговая контрольная работа и др.
		овладел менее чем 1/2 предусмотренных умений и навыков	1	
		объем усвоенных умений и навыков составляет более 1/2	2	
		овладел практически всеми умениями и навыками, предусмотренными программой	3	
Уровень умений и навыков решения нестандартных задач и задач повышенной сложности	Соответствие практических умений и навыков при решении олимпиадных задач	уклоняется от решения задач, часто не дисциплинирован, нарушает правила поведения, не всегда реагирует на воспитательные воздействия, в творческую деятельность не вступает, уровень выполнения заданий, как правило, репродуктивный.	0	
		неохотно решает задачи, начинает работу, но часто не доводит ее до конца, справляется с поручениями и соблюдает правила поведения только при наличии контроля и требовательности преподавателя или товарищей, способен принимать творческие	1	

Критерии	Показатели	Индикаторы	Число баллов	Методы диагностики
		решения, но, в основном использует традиционные способы решения		
		решает задачи охотно, ответственно, способен принимать творческие решения, но, в основном, использует традиционные способы решения	2	
		решает задачи самостоятельно и с интересом, ответственен, часто по собственному желанию решает дополнительные задачи, имеет высокий творческий потенциал, находит нестандартные решения, новые способы выполнения заданий	3	
Уровень креативности, нестандартного мышления и творческого подхода к поиску решения задач	Наличие творческого подхода при выполнении практических заданий	начальный (элементарный) уровень развития креативности - ребенок в состоянии выполнять лишь простейшие практические задания педагога	0	Наблюдение, тестирование, опросы, проверочные контрольные работы, итоговая контрольная работа и др.
		репродуктивный уровень – в основном, выполняет задания на основе образца	1	
		творческий уровень (I) – видит необходимость принятия творческих решений, выполняет практические задания с элементами творчества с помощью педагога	2	
		творческий уровень (II) - выполняет практические задания с элементами творчества самостоятельно	3	
Личностные результаты:				
Уровень проявления самостоятельности при выполнении разнообразных заданий	Наличие самостоятельности при решении задач	пропускает занятия, отсутствует интерес к обучению	0	Наблюдение
		малоактивен, наблюдает за деятельностью других, забывает выполнить задание, результативность низкая	1	
		активен, проявляет устойчивый познавательный интерес, трудолюбив, добивается хороших результатов	2	

Критерии	Показатели	Индикаторы	Число баллов	Методы диагностики
		активен, проявляет устойчивый познавательный интерес, целеустремлен, трудолюбив и прилежен, добивается высоких результатов, инициативен	3	
Уровень креативности, нестандартного мышления и творческого подхода к поиску решения задач	Наличие творческого подхода при выполнении практических заданий	начальный (элементарный) уровень развития креативности - ребенок в состоянии выполнять лишь простейшие практические задания педагога	0	Наблюдение
		репродуктивный уровень – в основном, выполняет задания на основе образца	1	
		творческий уровень (I) – видит необходимость принятия творческих решений, выполняет практические задания с элементами творчества с помощью педагога	2	
		творческий уровень (II) - выполняет практические задания с элементами творчества самостоятельно	3	

Итоговый показатель подсчитывается следующим образом:

- Высокий уровень – (15 – 18 балл) - учащийся умеет применять полученные знания и умения для выполнения самостоятельных заданий, его деятельность отмечена умением самостоятельно оценивать различные ситуации, явления, факты, выявлять и отстаивать личную позицию, при решении задач использует творческий подход, уровень результативности и мотивации высокий.

- Средний уровень – (7 – 14 баллов) - учащийся воспроизводит основной программный материал, выполняет задания по образцу, обладает элементарными умениями учебной деятельности, самостоятельно применяет знания в стандартных ситуациях, исправляет допущенные ошибки.

- Низкий уровень – (0 – 7 баллов) - учащийся различает объекты изучения, воспроизводит незначительную часть программного материала, с помощью педагога выполняет элементарные задания, уровень результативности и мотивации низкий.

4. Методическое обеспечение

Содержание программы представляет собой модульную систему обучения. В каждом модуле изучается несколько тем и после проводится проверочная работа, позволяющая выявить пробелы в знаниях у обучающихся.

Освоение содержания программы способствует интеллектуальному, творческому, эмоциональному развитию обучающихся. При реализации содержания программы учитываются возрастные и индивидуальные возможности подростков, создаются условия для успешности каждого ребенка. При отборе содержания и структурирования программы использованы общедидактические принципы:

- доступности;
- преемственности;
- перспективности;
- развивающей направленности;
- учета индивидуальных особенностей;
- органического сочетания обучения и воспитания, практической направленности и посильности.

Основной формой организации образовательного процесса по данной программе является учебное занятие - беседа, направленное на активный поиск и приобретение знаний обучающимися, включение их в атмосферу сотрудничества. Большая часть времени на учебном занятии отводится решению практических задач.

Метод обучения через задачи базируется на следующих дидактических положениях:

- наилучший способ обучения учащихся, дающий им сознательные и прочные знания и обеспечивающий одновременное их умственное развитие, заключается в том, что перед детьми ставятся последовательно одна за другой посильные теоретические и практические задачи, решение которых даёт им новые знания;
- усвоение учебного материала через последовательное решение задач происходит в едином процессе приобретения новых знаний и их немедленного применения, что способствует развитию познавательной самостоятельности и творческой активности обучающихся.

Теоретическая часть также не менее важна и требует от педагога творческого подхода и внимания. Для того чтобы занятия не были утомительными, теоретический материал преподносится обучающимся в интересной и доступной форме, побуждая их к самостоятельным размышлениям, спорам, доказательствам. При этом у детей формируется аналитическое мышление, развивается навык публичных выступлений, расширяется объем знаний путем обмена информацией. Исторический материал и работа с информацией входят в процесс обучения математике и в урочной деятельности, поэтому в рамках учебных занятий по данной программе рекомендуется при любой возможности мотивировать обучающихся на занятия математикой очерками об истории математики, историями из жизни великих математиков, сведениями из достижений современной математической науки, т.е. самым широким образом популяризировать математику.

Закрепление пройденного материала, приобретение умений и навыков происходит в процессе практической деятельности обучающихся. При выполнении практических заданий желательно добиваться самостоятельности в

действиях детей, вырабатывая у них систему собственных взглядов на способы решение задач, воспитывать ответственность.

Одним из рекомендуемых подходов к проектированию учебного занятий по данной программе является условное разделение каждого учебного занятия на 2 части. Первая часть посвящена изучению нового материала и самостоятельной работе обучающихся. Вторая часть занятия включает в себя решение задач и обсуждение решений особо трудных и интересных задач. Такой подход к проведению занятий способствует успешному переходу от форм и методов обучения в школе к формам и методам обучения в высших учебных заведениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агаханов Н.Х., Купцов Л.П., Нестеренок Ю.В. и др. Математические олимпиады школьников. - М.: Просвещение: Учеб. лит., 1997. - 208 с.
2. Агаханов Н.Х., Терешин Д.А., Кузнецова Г.М. Школьные математические олимпиады. - М., Дрофа, 1999. - 131 с.
3. Алфутова Н.Б., Устинов А.В. Алгебра и теория чисел для математических школ. — М., МЦНМО, 2001
4. Балаян Э.Н. 1001 олимпиадная и занимательная задачи по математике. 3-е изд. — Ростов н/Д : Феникс, 2008. — 364, [1] с.: ил. — (Библиотека учителя).
5. Бугулов Е.А., Толасов Б.А. Сборник задач для подготовки к математическим олимпиадам. - Орджоникидзе, 1962. - 226 с.
6. Васильев Н.Б., Савин А.П., Егоров А.А. Избранные олимпиадные задачи. Математика. - М.: Бюро Квантум, 2007. — 160 с. (Библиотечка «Квант». Вып 100. Приложение к журналу «Квант» № 2/2007.)
7. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969
8. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Задачи с целыми числами: Учеб. пособие для учащихся 7—11 кл. — Челябинск: Взгляд, 2005. — 271 с. — (Нестандартные задачи по математике).
9. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Алгебра: Учеб. пособие для учащихся 7—11 кл. - Челябинск: «Взгляд», 2004. — 448 с.
10. Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. — М.: МЦНМО, 2004. — 560 с.
11. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи / Под ред. В.О. Бугаенко. - 4-е изд., стереотип. - М.: МЦНМО, 2008. - 96 с.
12. Коннова Е.Г.; под ред. Ф.Ф.Лысенко. Математика. Поступаем в вуз по результатам олимпиад.: 6-9 класс. Ч. 2.: учебно-методическое пособие. – Ростов-на-Дону: Легион-М, 2009
13. Севрюков П.Ф. Подготовка к решению олимпиадных задач по математике / П.Ф. Севрюков. — Изд. 2-е. — М. : Илекса ; Народное образование ; Ставрополь : Сервисшкола, 2009. - 112 с.
14. Шеховцов В.А. Олимпиадные задания по математике. 9-11 классы: решение олимпиадных задач повышенной сложности. - Волгоград: Учитель, 2009. - 99 с.
15. Интернет-ресурсы:
 - Олимпиады для школьников olimpiada.ru/
 - Всероссийская олимпиада по математике math.rusolymp.ru/
 - Московская математическая олимпиада школьников olympiads.mccme.ru/mmo/
 - Санкт-Петербургские математические олимпиады www.pdmi.ras.ru/~olymp/
 - Турнир городов Международная математическая олимпиада для школьников www.turgor.ru
 - Сайт Московского Центра Непрерывного Математического Образования www.mcsme.ru/
 - Задачная база олимпиадных задач zaba.ru www.problems.ru/